数理科学の研究フロンティア：宇宙，物質，生命，情報

惑星形成の物理 1

辰馬 未沙子 (たつうま みさこ)

https://mtatsuuma.github.io/ misako.tatsuuma@riken.jp

理化学研究所 数理創造研究センター(iTHEMS) 数理基礎部門 研究員

自己紹介

- 名前: 辰馬 未沙子 (たつうま みさこ)
- 専門: 惑星形成論 (天文学/惑星科学)
- 経歴:
  - 高校: 都立西高等学校
  - 大学・大学院: 東京大学 (理科一類 → 理学部天文学科 → 理学系研究科天文学専攻)
  - 研究者: 東京工業大学 (2022–2023, 学振特別研究員) → 理化学研究所 (2023–, 研究員)
- 研究者としての興味・ポリシー:
  - 惑星がどのようなプロセスを経て形成するのか、理論的に知りたい！
  - 他人とはちょっと違う視点からのユニークな研究をしたい！
  - 理論モデルはシンプルなものほど良い！みんなに使われるモデルを作りたい！

この講義の内容 & 参考文献

1. 序論
2. 原始惑星系円盤
3. 原始惑星系円盤中でのダストの運動
4. ダストのミクロ物理

参考文献

- Philip J. Armitage “Astrophysics of Planet Formation” Cambridge University Press
- 井田 茂、中本 泰史 “惑星形成の物理” 共立出版

前提として…

天文学・惑星科学では等号(=)の親戚をよく使います。

- ≈: 近似的に等しい (誤差10%以下くらいを想定しているが、人による)
- ~: 桁は合ってる (大雑把な見積もりでよく出てくる)

  例: 人間の身長 ~ 1 m、半径 a の球の体積 ~ a^3

  大雑把な計算を「オーダー計算」と言い、天文学・惑星科学ではよく用いられます。

質問はいつでも大歓迎です。

自分が疑問に思ったことは意外と他の人も同じように疑問を感じています。

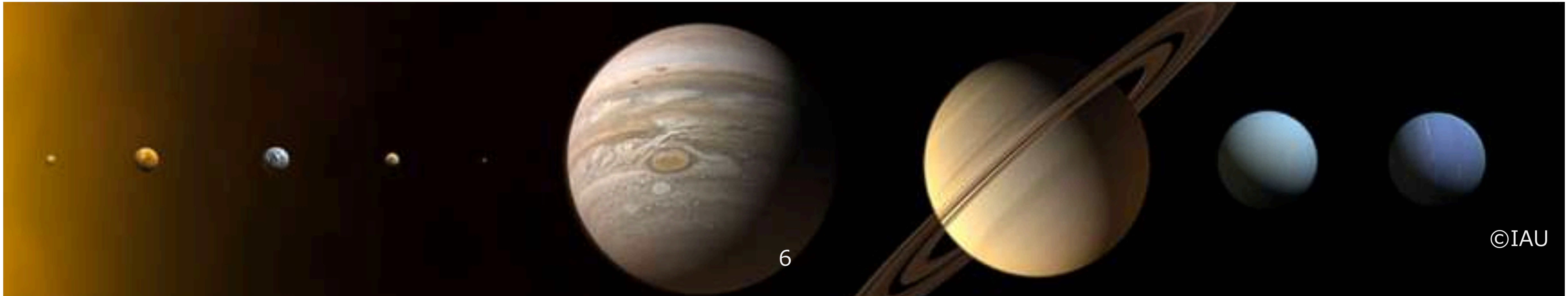
この時間を有意義なものにするよう、疑問はそのままにしないでください。

(場合によっては「あとで答える」「次回答える」こともあります)

第1章 序論

惑星とは？

- 惑星の定義: 核融合反応により自ら光る質量よりも、小さい天体
  - 上限は重水素(^{2}H: 陽子1個と中性子1個)の核融合反応が起こる13木星質量(太陽組成の場合)
- “太陽系の”惑星の定義: 2006年国際天文学連合での惑星の再定義より
  - 太陽の周りを公転し、
  - 自己重力によってほぼ球形になっており、
  - その軌道上に似た天体がいない天体



太陽系の惑星

地球型惑星
(岩石惑星)
主に岩石、金属

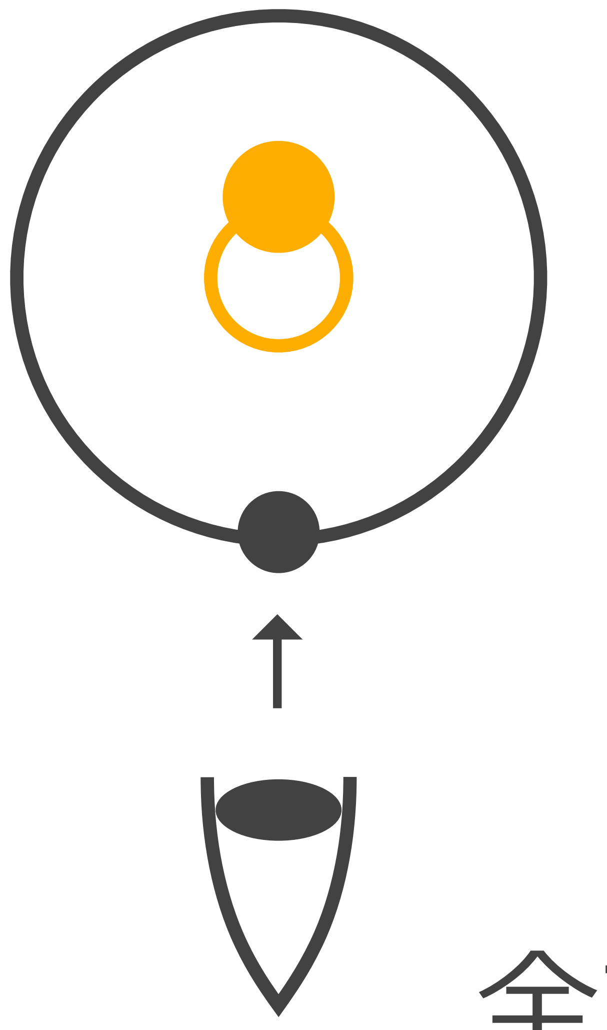
木星型惑星
(ガス惑星)
主に水素とヘリウムのガス

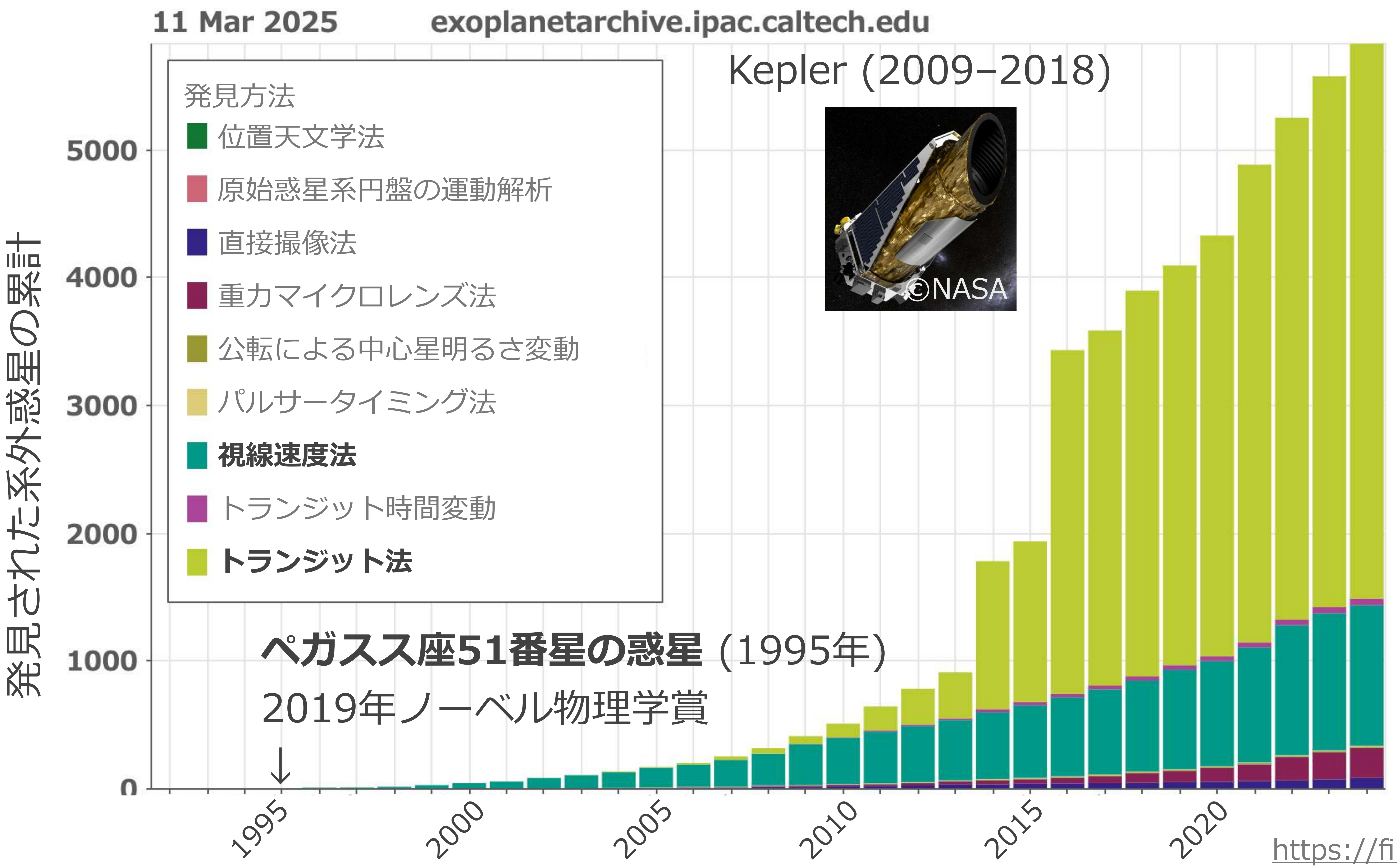
海王星型惑星
(氷惑星)
主に水氷

©IAU

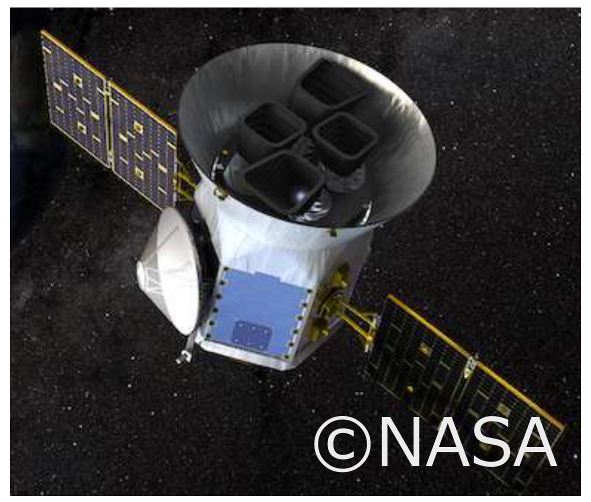
太陽系外惑星(系外惑星)の発見の歴史

視線速度法

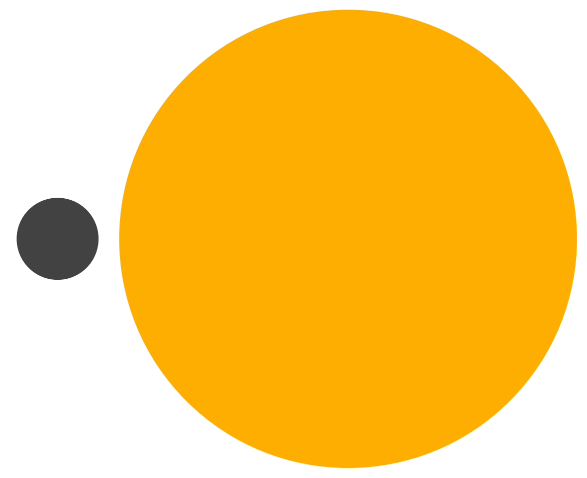




TESS (2018–)



トランジット法

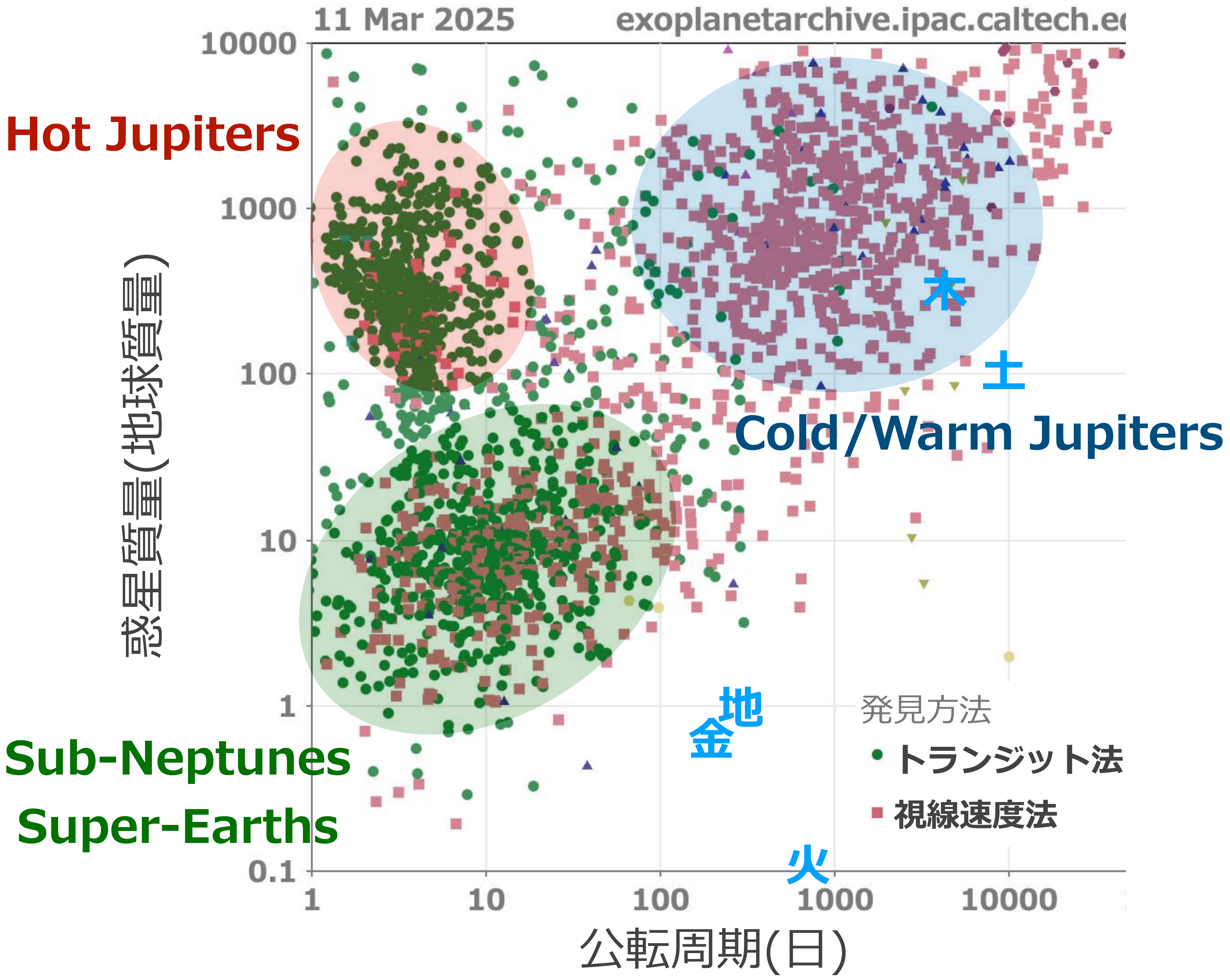


https://filtergraph.com/3846963

全ての系外惑星を観測できるわけではないが、現在5000個以上が検出されている

系外惑星の性質

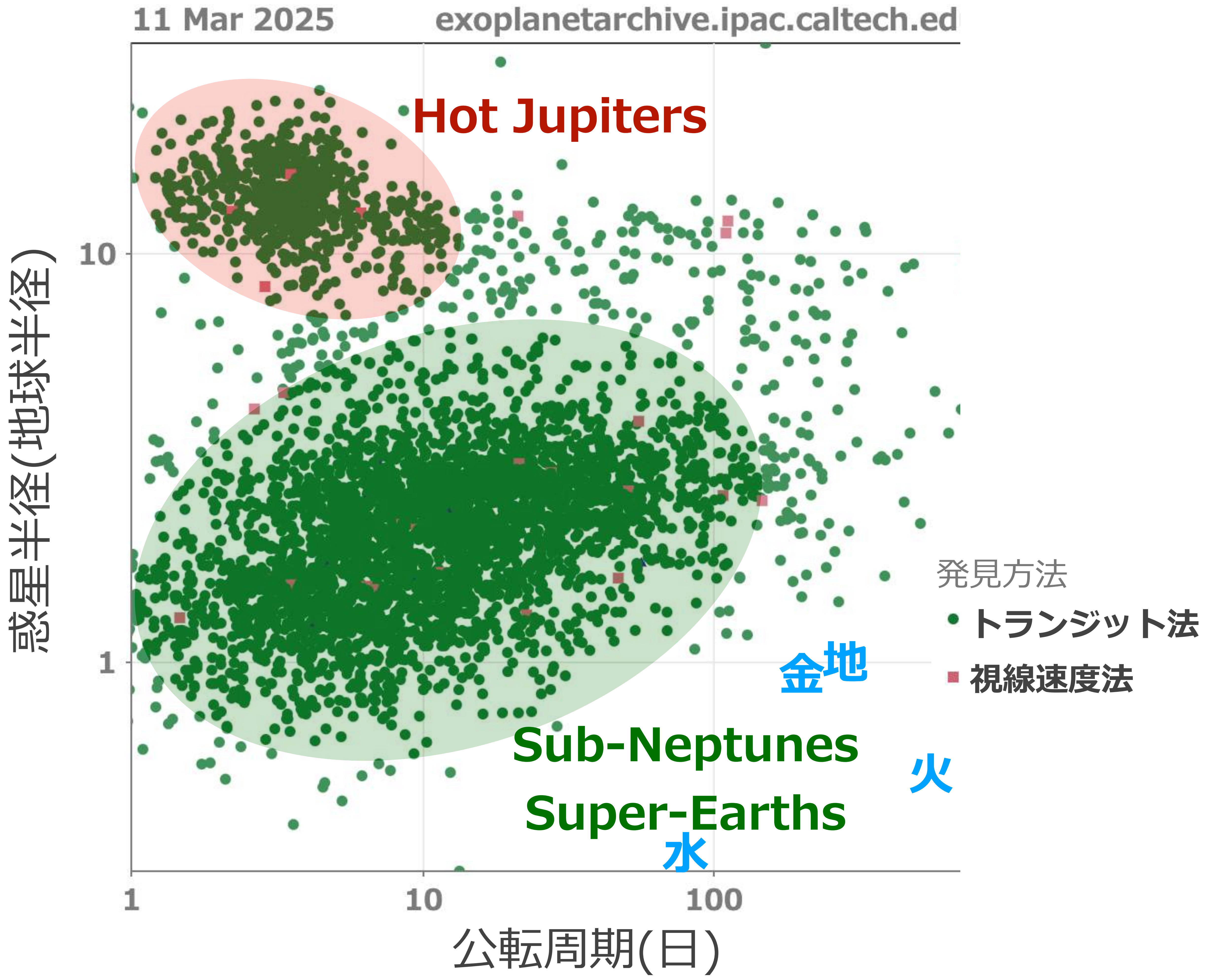
惑星質量 - 公転周期



※もしくは惑星質量*sin(軌道傾斜角)

https://filtergraph.com/2576083

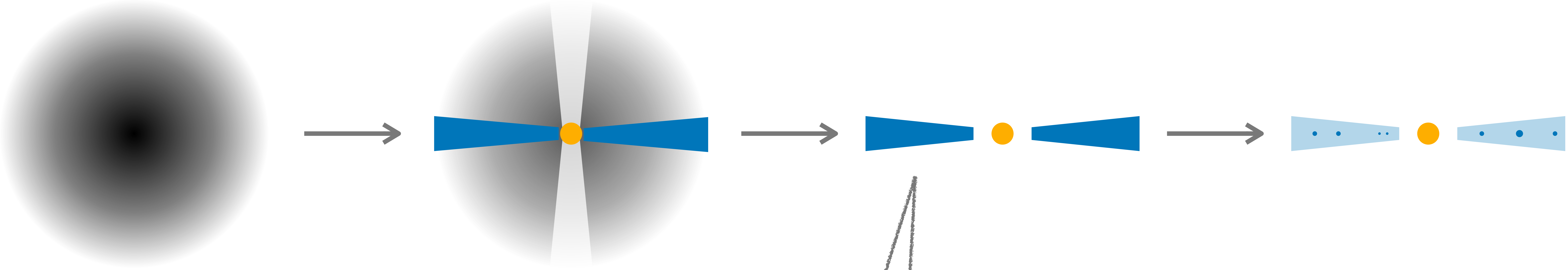
惑星半径 - 公転周期



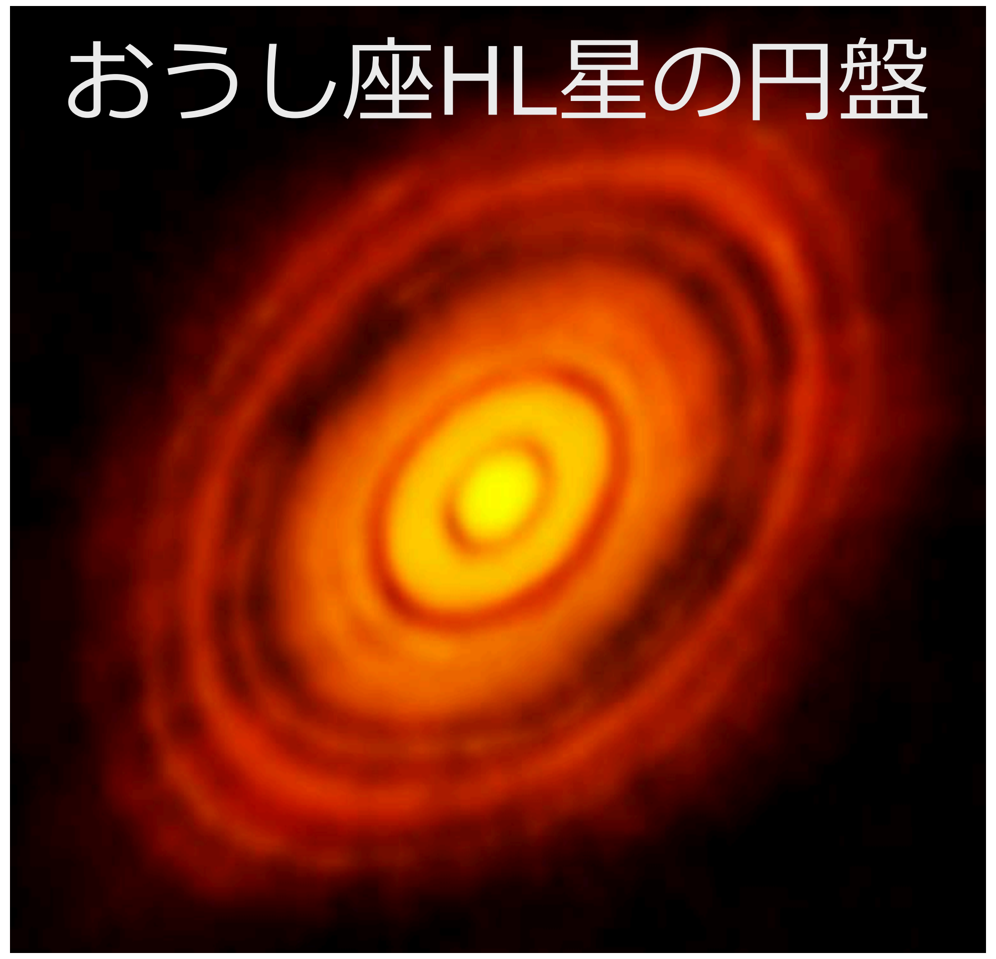
https://filtergraph.com/7102889

惑星はいつ、どこで、何から作られるのか

原始星&分子雲コア　原始星円盤　**原始惑星系円盤**　残骸円盤&惑星



10^5年以下？　～ 10^5年？　～ 10^6年　～ 10^7年



ALMA Partnership et al. (2015)

原始惑星系円盤

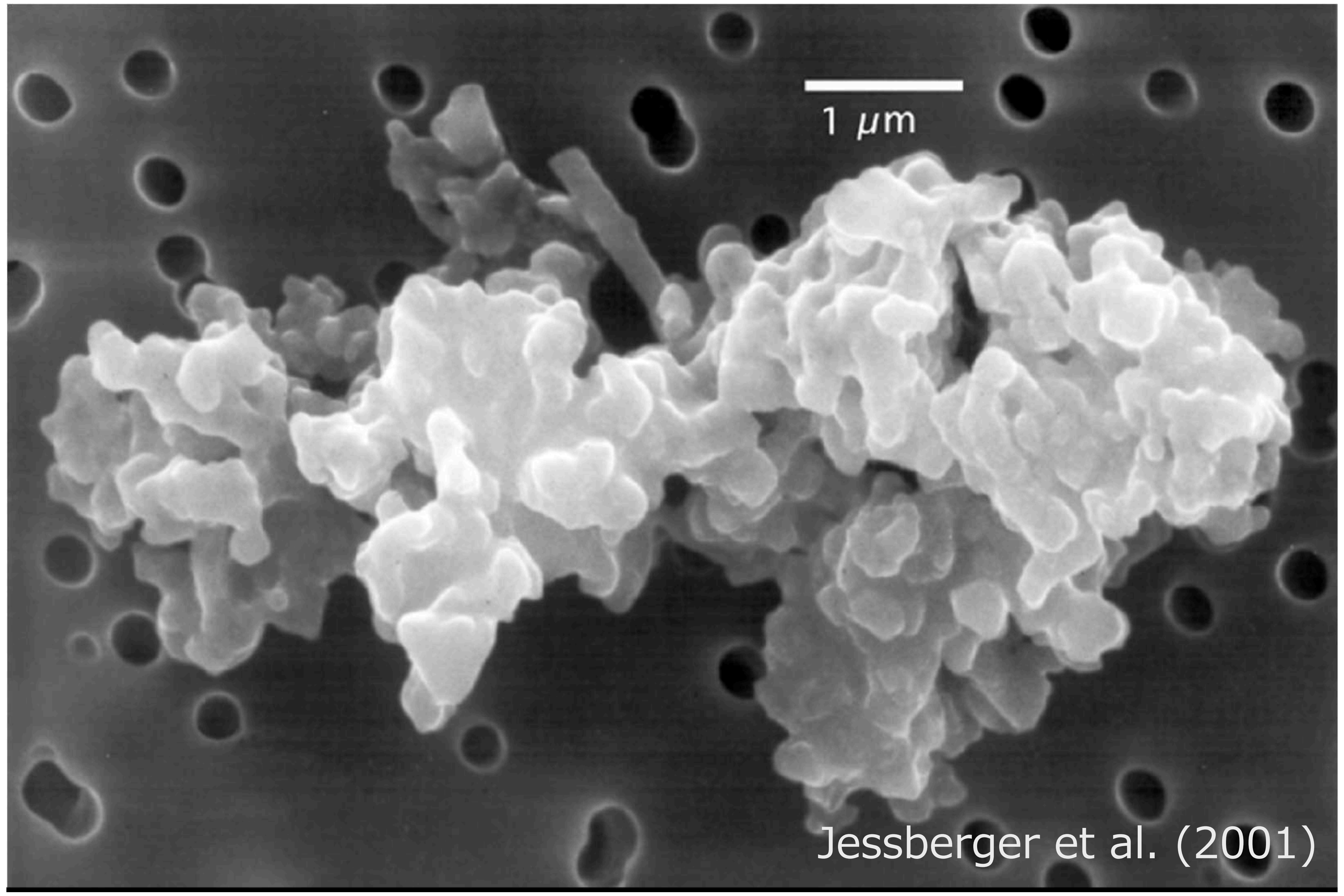
- 大きさ: 約100 au
  (au: 地球–太陽間の平均距離)
- 質量: 太陽質量の10^{-5}–0.1倍
- 成分: 気体99%、固体1%

惑星は、
星が作られるとき、
星の周りで、
星の材料の残り物から作られる
(木星質量=太陽質量の10^{-3}倍)

惑星は何から作られるのか: 宇宙の塵(ダスト)

- 大きさが0.01–1 μmくらいの固体微粒子
- ケイ酸塩や氷などの重元素(ヘリウムより重い元素)で構成
- 宇宙のいたるところに星間塵、惑星間塵などとして存在

惑星間塵



Jessberger et al. (2001)

そもそもダストがどこでどうやって作られるのか

- ガス中の重元素が多い場所
  - 漸近巨星分岐星(AGB星)の星風中
  - 超新星爆発時に放出されたガス中
- 気体から固体への昇華(凝華)

e.g., 野沢 2015, 天文月報, 274

https://www.asj.or.jp/geppou/archive_open/2015_108_05/108_274.pdf

惑星形成においては、ダスト形成以降のサイズ成長を取り扱う

惑星形成とは？ ―固体のサイズ成長の観点から―

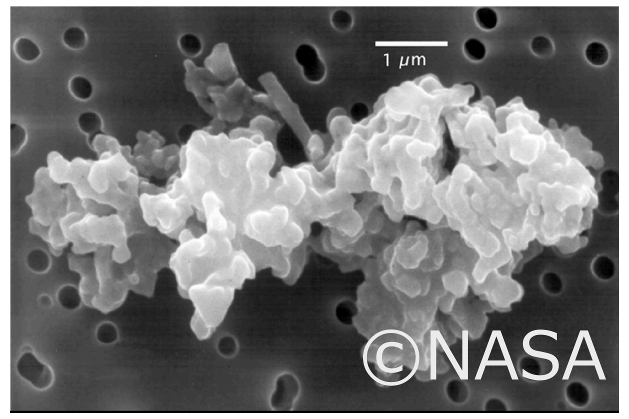
対数目盛

× 100　× 100

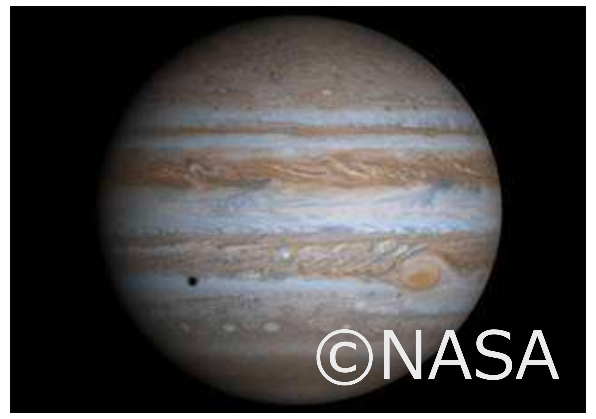
地球の半径は
6378 km

0.1 μm　1 mm　1 m　1 km　10^2 km　10^4 km　10^6 km

ダスト



惑星

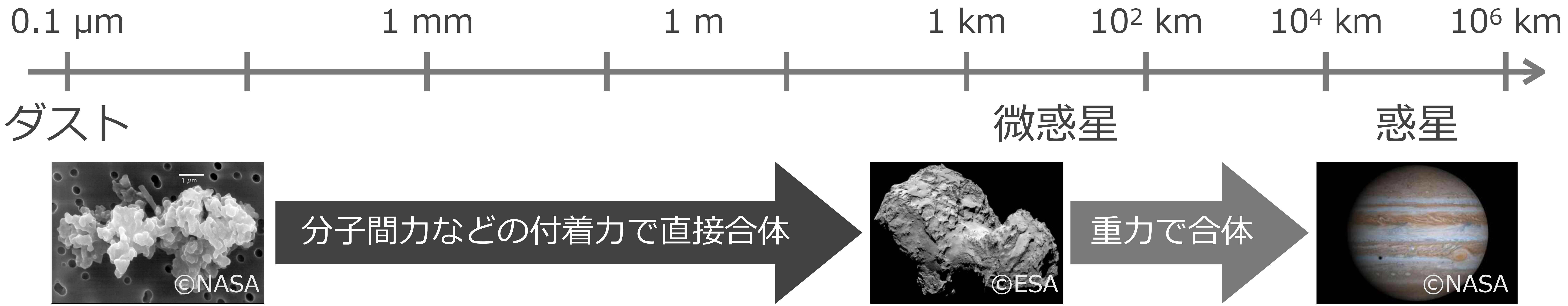


半径: 10^{14}倍

質量: 10^{42}倍

塵も積もれば 惑星 となる

惑星形成の物理: 微惑星より小さい場合と大きい場合



- 微惑星の定義: サイズが ~ 1–100 km の天体
  - 太陽系の彗星や小惑星は、微惑星の生き残りやその破片だと考えられている
  - 天体の衝突速度 » 重力脱出速度ならば、重力では合体しない

    衝突速度: 色々な物理がかかわってくるのでそのうち出てきます

    重力脱出速度: 次のスライドで見積もってみよう！

この講義ではダストから微惑星までの形成過程を取り扱う

重力脱出速度のオーダー見積もり

- 質量M_1, 半径R_1の天体から、質量M_2, 半径R_2の天体が脱出するときの速度v_{esc}:

  運動エネルギー + 重力ポテンシャルエネルギー = 0

$$\frac{1}{2}M_2 v_{esc}^2 - \frac{GM_1M_2}{R_1+R_2} = 0 \qquad v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_1}{R_1+R_2}} \propto R \ (\text{if } R_1 \sim R_2 \equiv R)$$

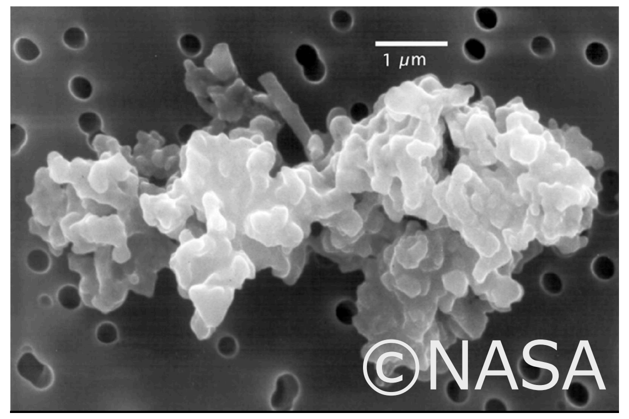
- R ~ 1 km, M ~ 10^{13} kg と R ~ 100 km, M ~ 10^{19} kgのときのv_{esc}:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times10^{13}}{10^3}} = \sqrt{0.667} \approx 0.8 \sim 1 \text{ m/s}$$

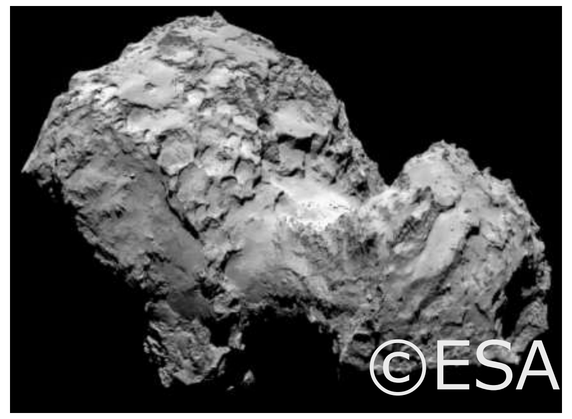
(万有引力定数: G = 6.67×10^{-11} $\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2}$)

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times10^{19}}{10^5}} = \sqrt{6.67\times10^3} = \sqrt{66.7}\times10 \approx 80 \sim 100 \text{ m/s}$$

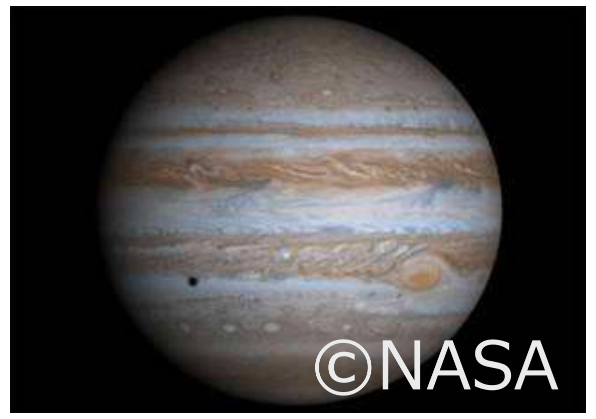
- $v_{esc} \propto R$ なので、



ダスト: R ~ 1 μm
v_{esc} ~ 10^{-3} μm/s



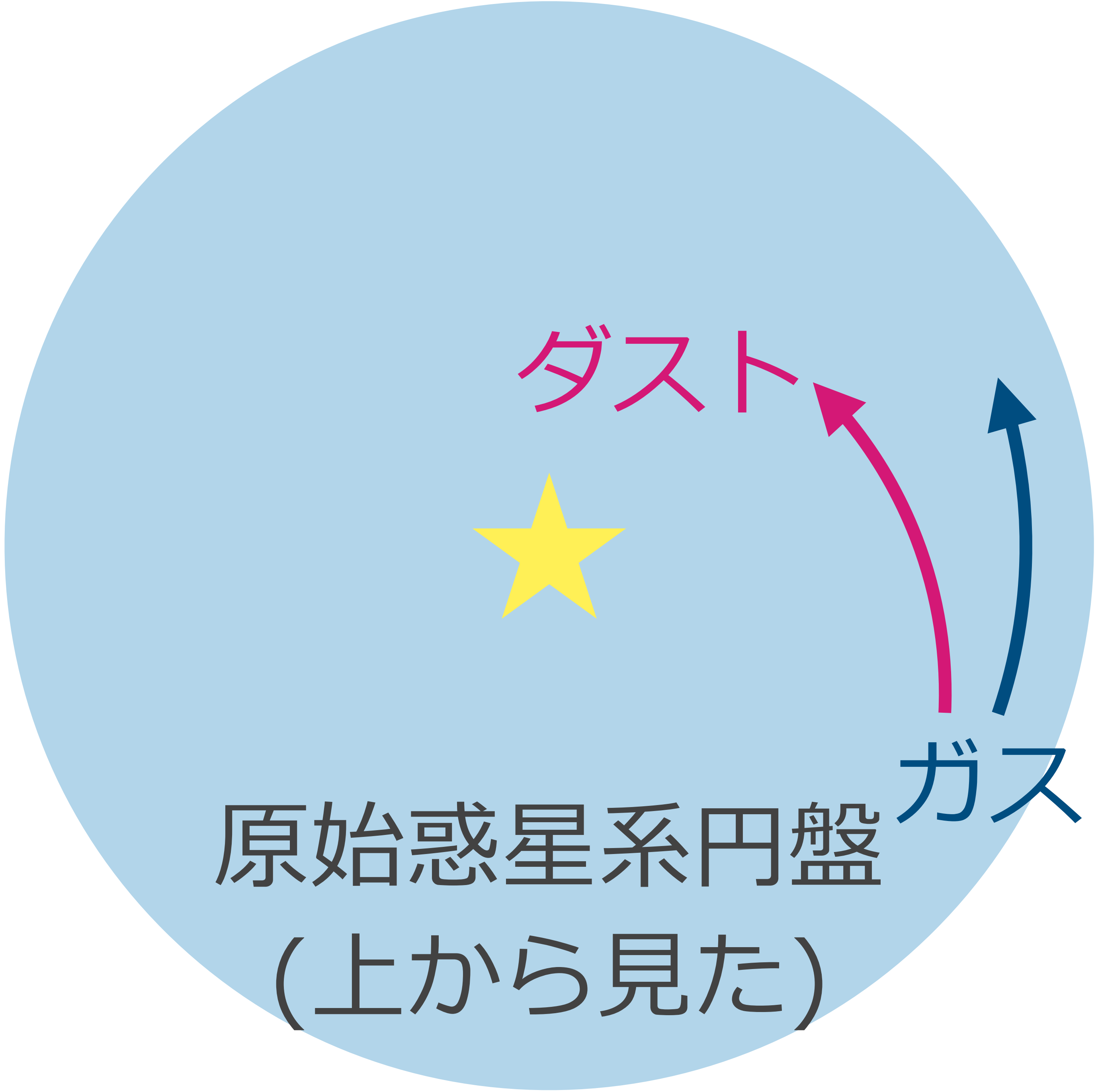
微惑星: R ~ 1–100 km
v_{esc} ~ 1–100 m/s



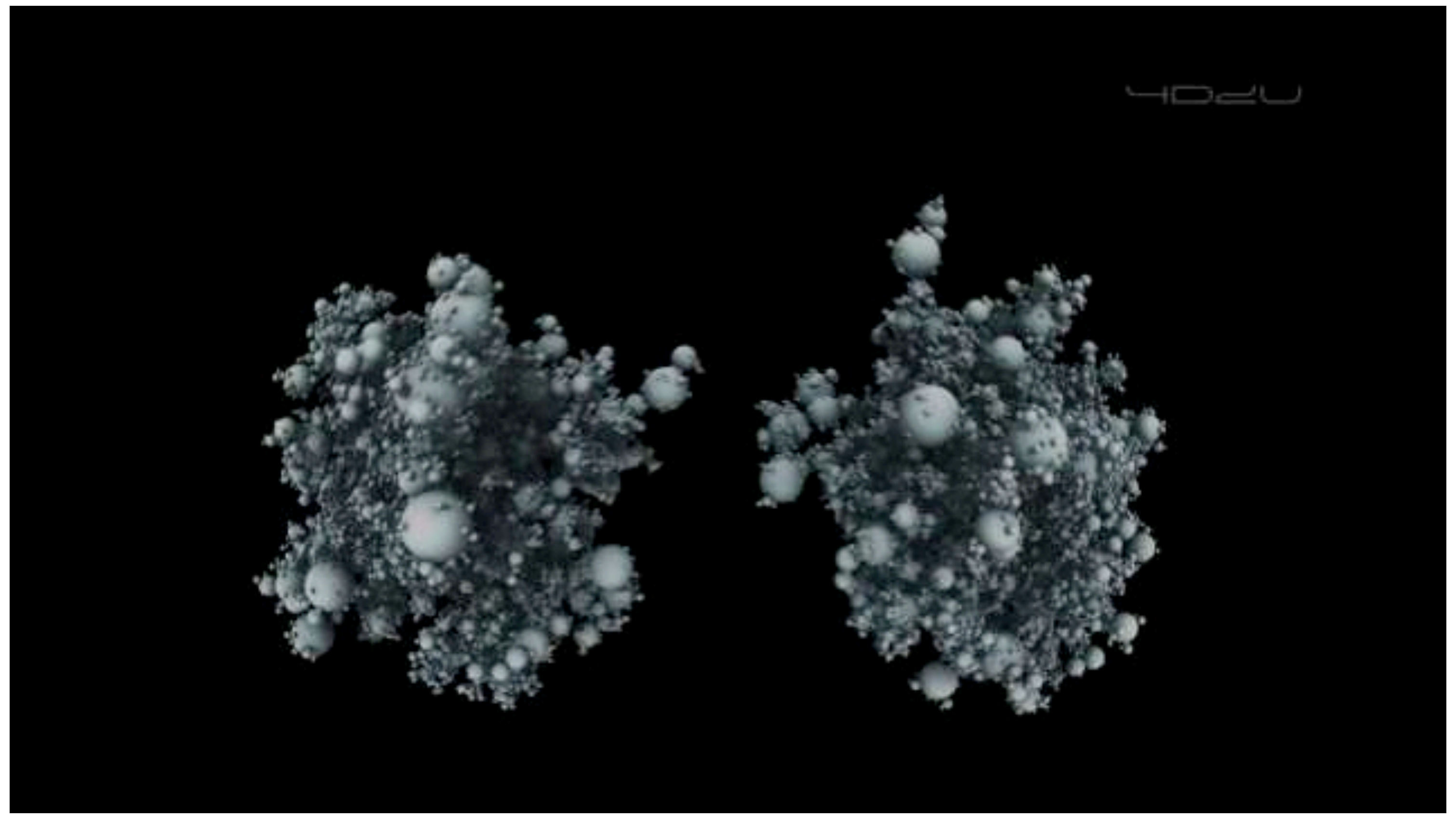
惑星: R ~ 10^4 km
v_{esc} ~ 10 km/s

微惑星形成過程における問題

ダスト中心星落下問題

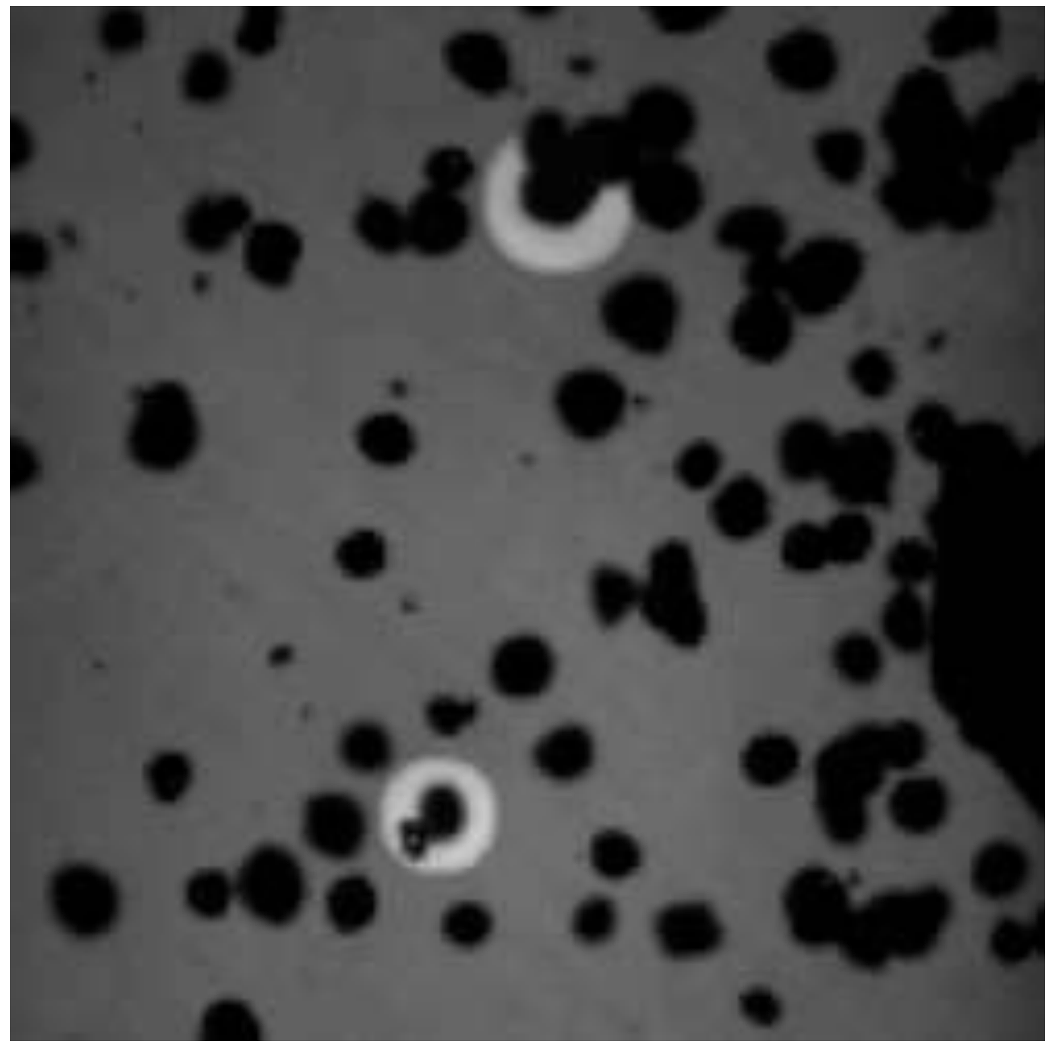


衝突破壊問題



©NAOJ 4D2U Wada et al. (2018)

跳ね返り問題



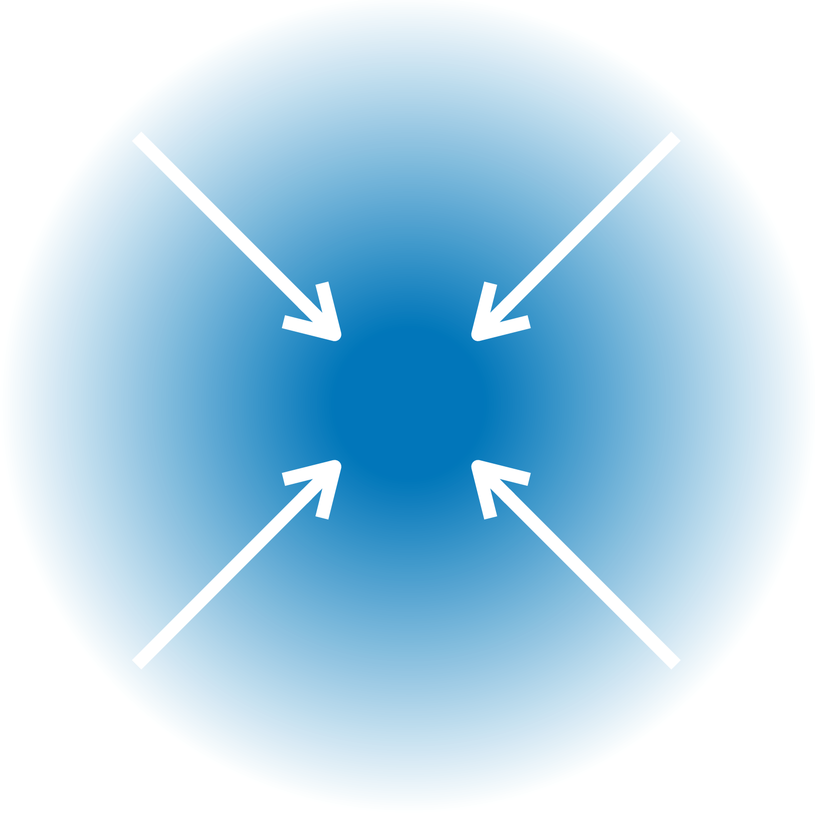
Weidling et al. (2012)

この講義では、これらの問題を解説し、それを克服する理論を紹介する

第2章 原始惑星系円盤

分子雲コアから原始惑星系円盤へ

原始星&分子雲コア



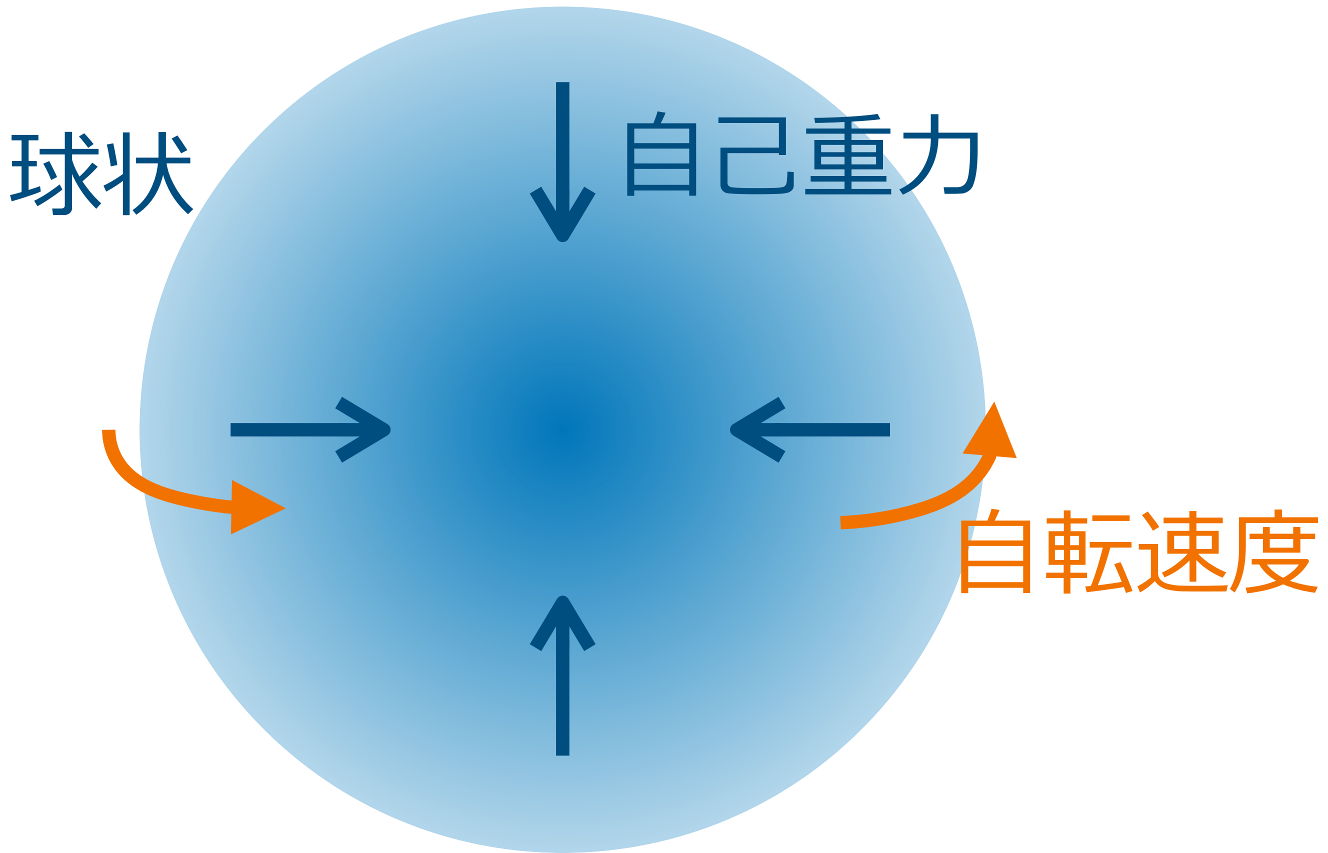
- 分子雲: 銀河に点在するガスとダストの濃い領域
- 分子雲コア: 分子雲の中で特に密度の高い領域

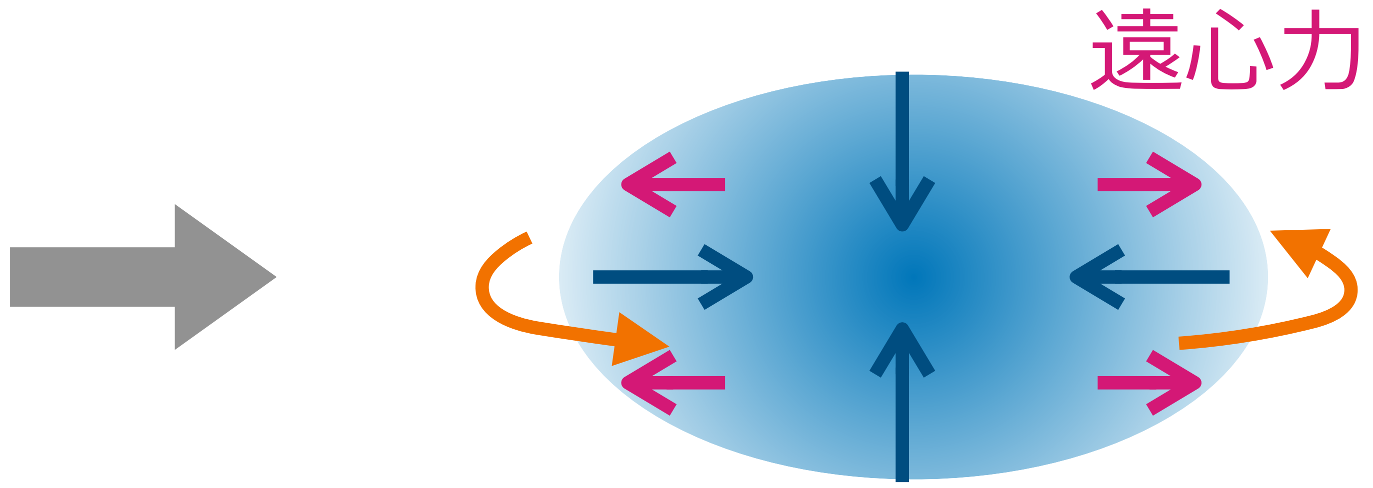
  分子雲コアが自重により収縮し、若い星が誕生する

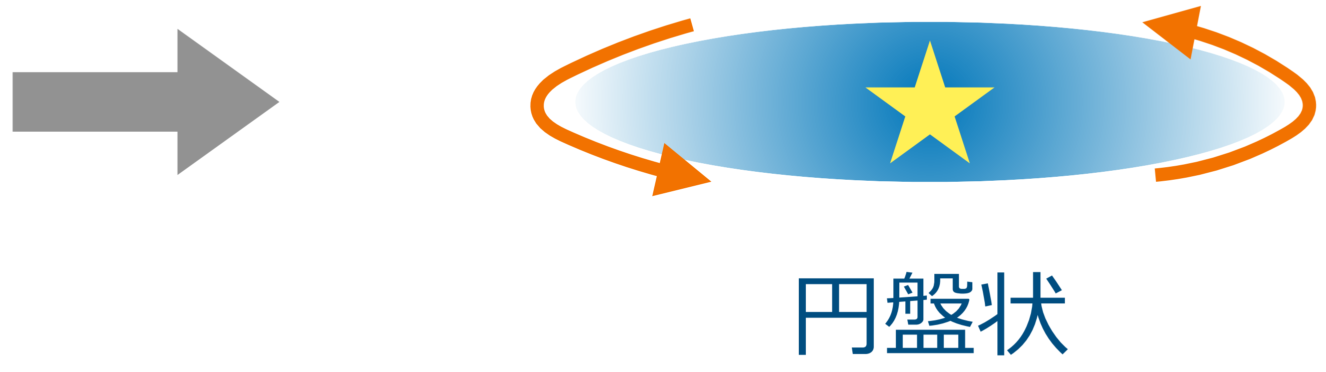
  角運動量をわずかに持っており、それが保存しながら収縮

収縮する際に角運動量($\propto$ 半径×自転速度)が保存するとどうなる？

→ 自転速度($\propto$ (半径)$^{-1}$)が増加し、遠心力($\propto$ (自転速度)^2/半径)も増大





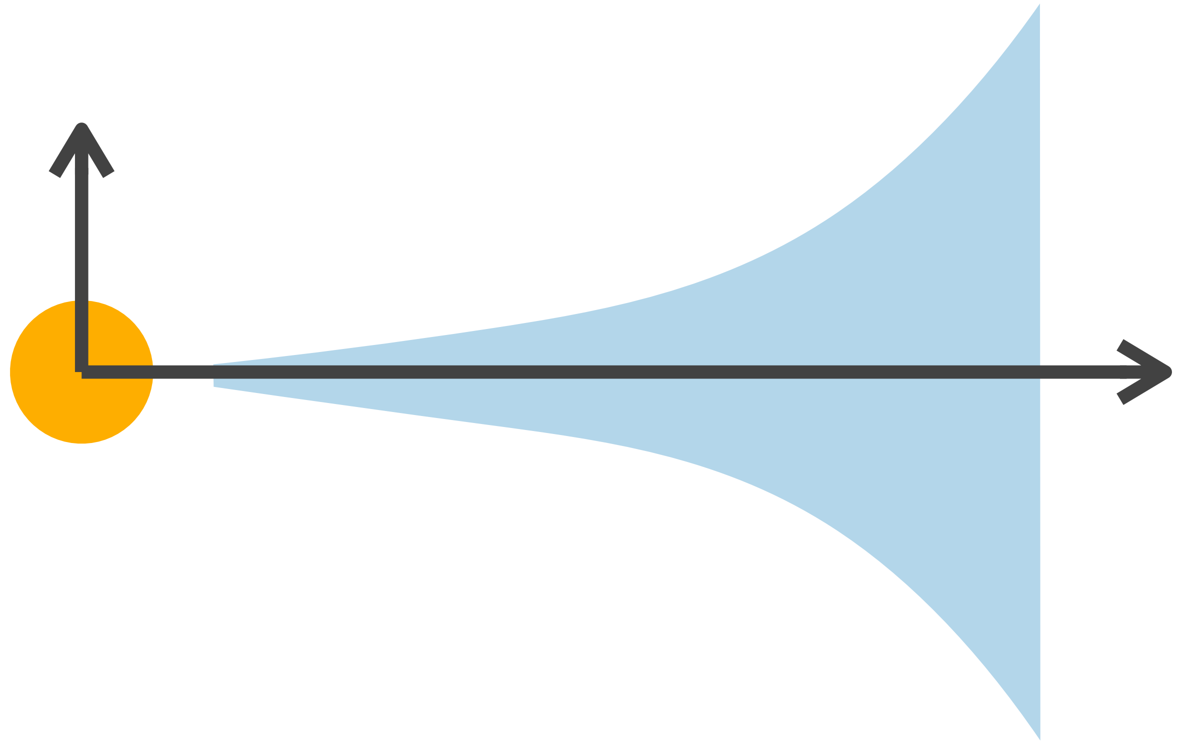


原始惑星系円盤のモデル

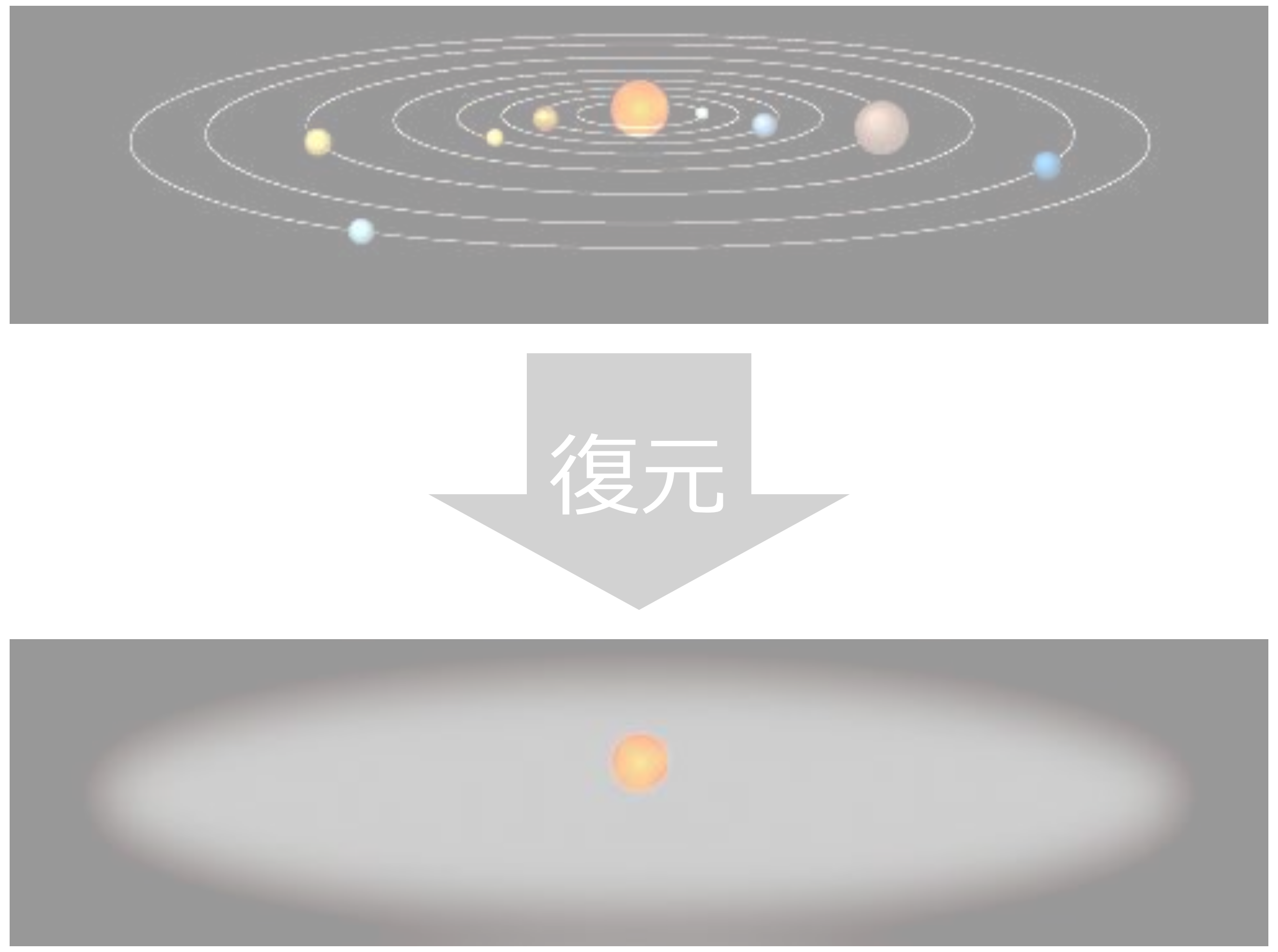
なぜ原始惑星系円盤(円盤と略すことが多い)のモデルが必要なのか？

→ 惑星は円盤の中で形成するため

どのようにモデルを作るか？

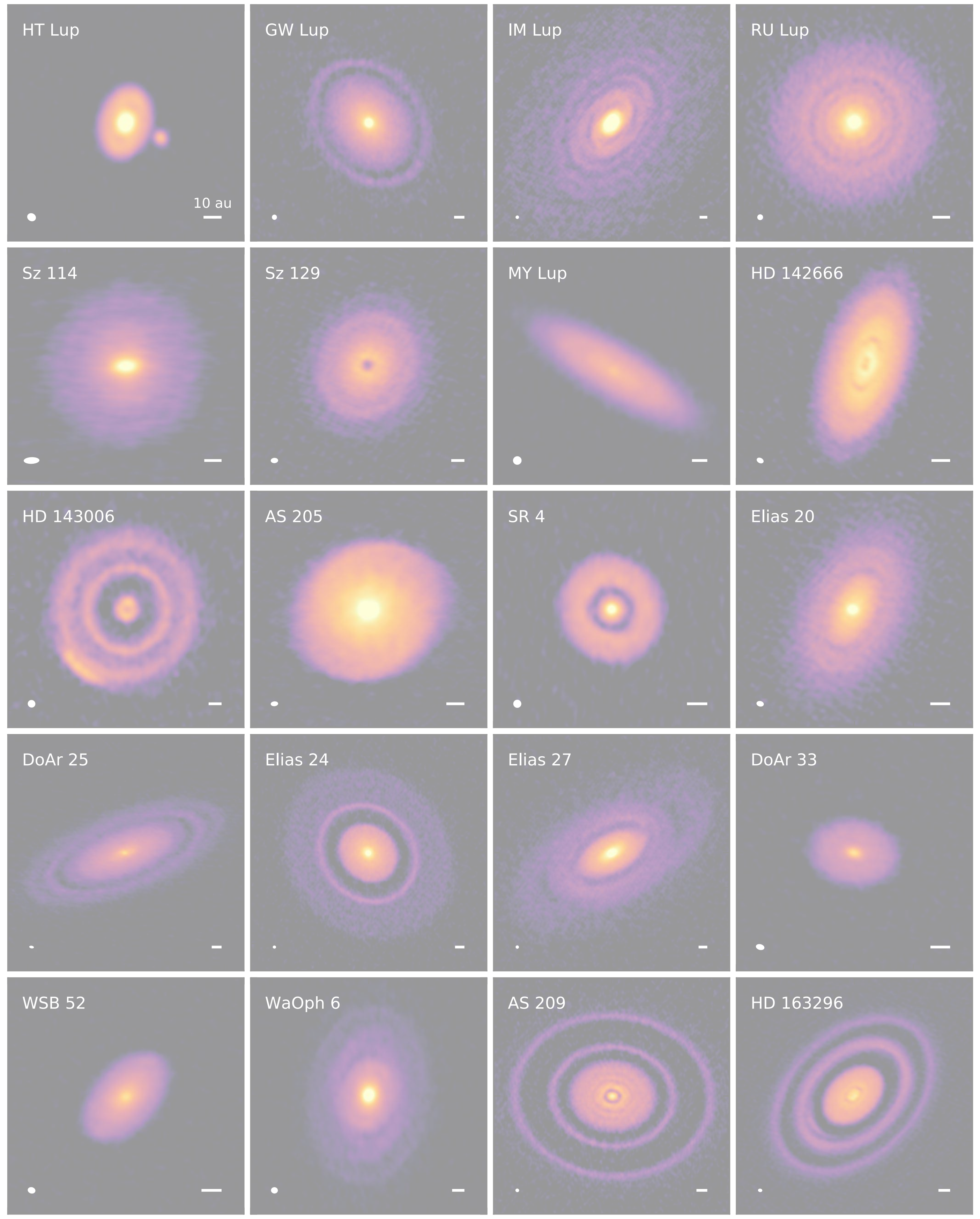


- 理論



©理科年表オフィシャルサイト

- 太陽系の姿から推測



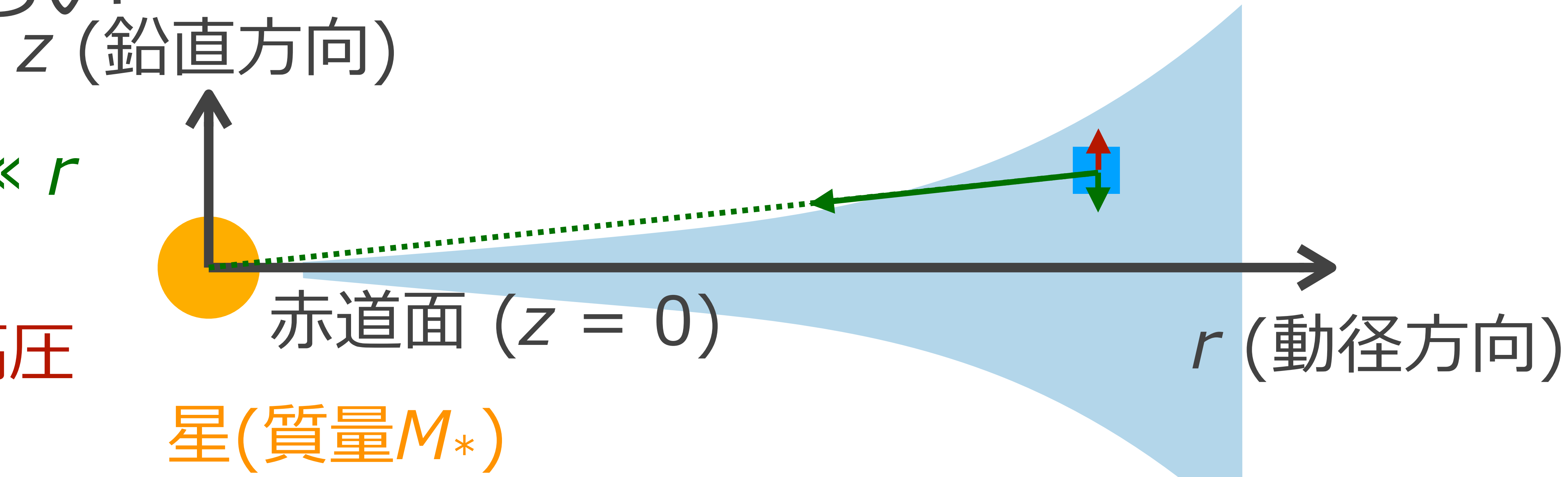
Andrews et al. (2018)

- 望遠鏡観測により見えてきたものをモデル化する

ガス円盤の鉛直構造

ガス密度の鉛直構造$\rho(z)$を決めるz方向の力のつりあい

ガス円盤(横から見た断面図)



- 中心星の重力: $-\dfrac{GM_*}{r^2+z^2}\dfrac{z}{\sqrt{r^2+z^2}} \approx -\dfrac{GM_*}{r^3}z$ ※$|z| \ll r$
- 圧力勾配力: $-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial z} > 0$ ※円盤は通常内側ほど高圧

※単位質量あたり

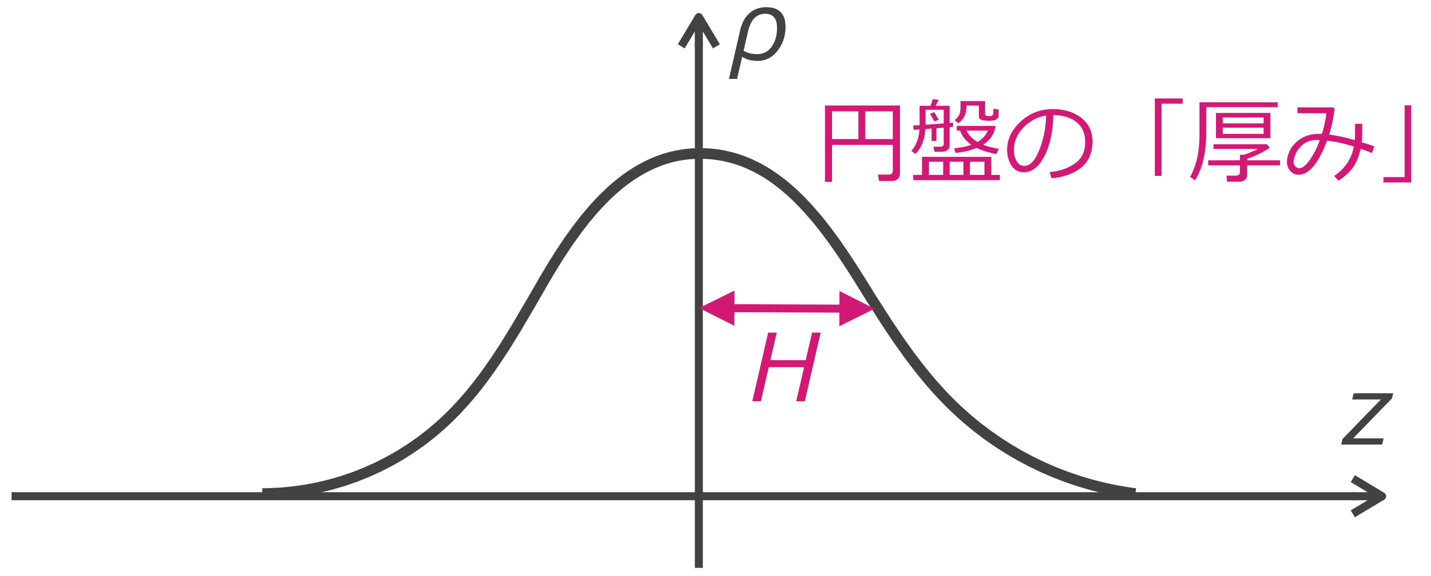
※ガス質量 « 星質量なので、ガスの重力は無視

$$-\frac{GM_*}{r^3}z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \rightarrow -\Omega_K^2 z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad \left(\Omega_K \equiv \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}}\text{: ケプラー角速度}\right)$$

音速$c_s = \sqrt{\dfrac{dP}{d\rho}}$より、$\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial z} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial \rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial z} = \dfrac{c_s^2}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial z} = -\Omega_K^2 z \rightarrow \dfrac{\partial \rho}{\partial z} = -\dfrac{\Omega_K^2 z}{c_s^2}\rho = -\dfrac{z}{H^2}\rho, \quad H \equiv \dfrac{c_s}{\Omega_K}$

(H: スケールハイト)

c_sが定数、つまり鉛直等温を仮定すると $\rho(z) = \rho(0)\exp\left(-\dfrac{z^2}{2H^2}\right)$



ガス円盤の鉛直構造続き: 赤道面での密度

$$\rho(z) = \rho(0)\exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)$$ → ρ(0)は、面密度Σ(=質量/面積)とガウス積分を用いて求められる

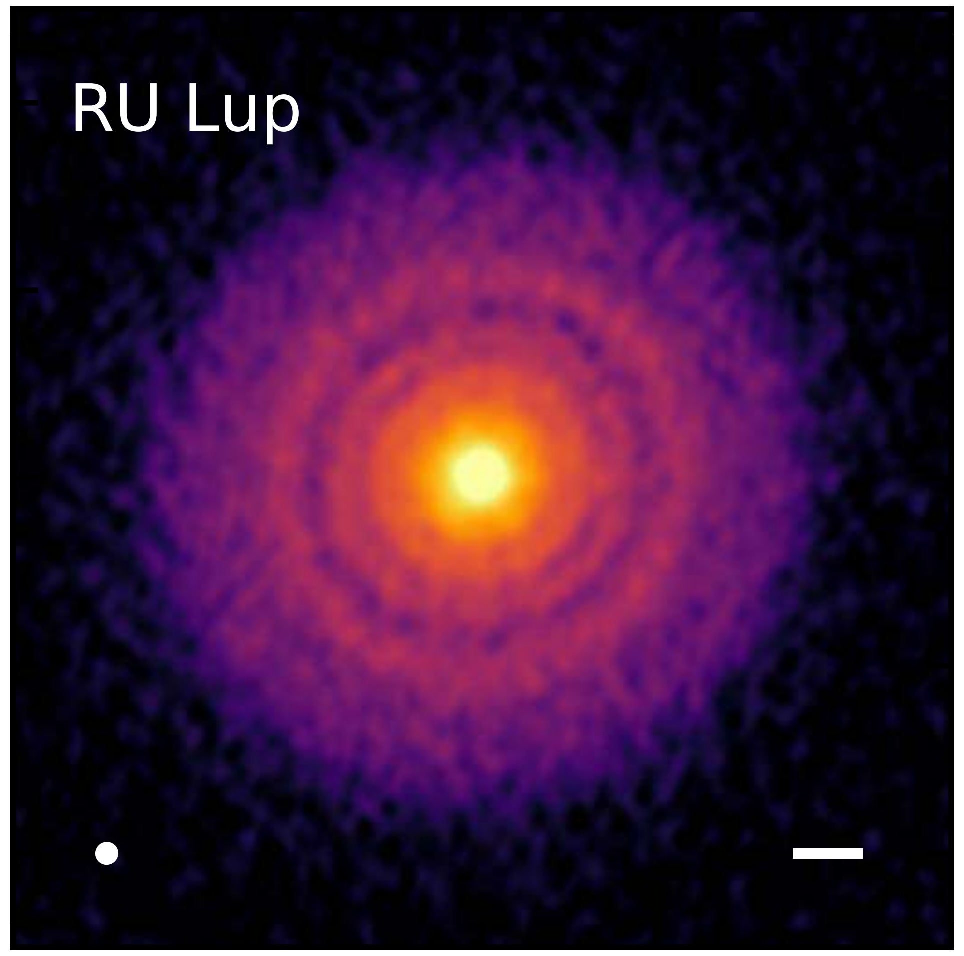
$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}$$

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(0)\exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)dz = \rho(0)\sqrt{2\pi}H \rightarrow \rho(0) = \frac{\Sigma}{\sqrt{2\pi}H}$$

$$\rho(z) = \frac{\Sigma}{\sqrt{2\pi}H}\exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)$$

なぜ面密度Σを使うのか？

→ 観測で得られる量だから



このような円盤観測からは

面密度 $\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z)dz$

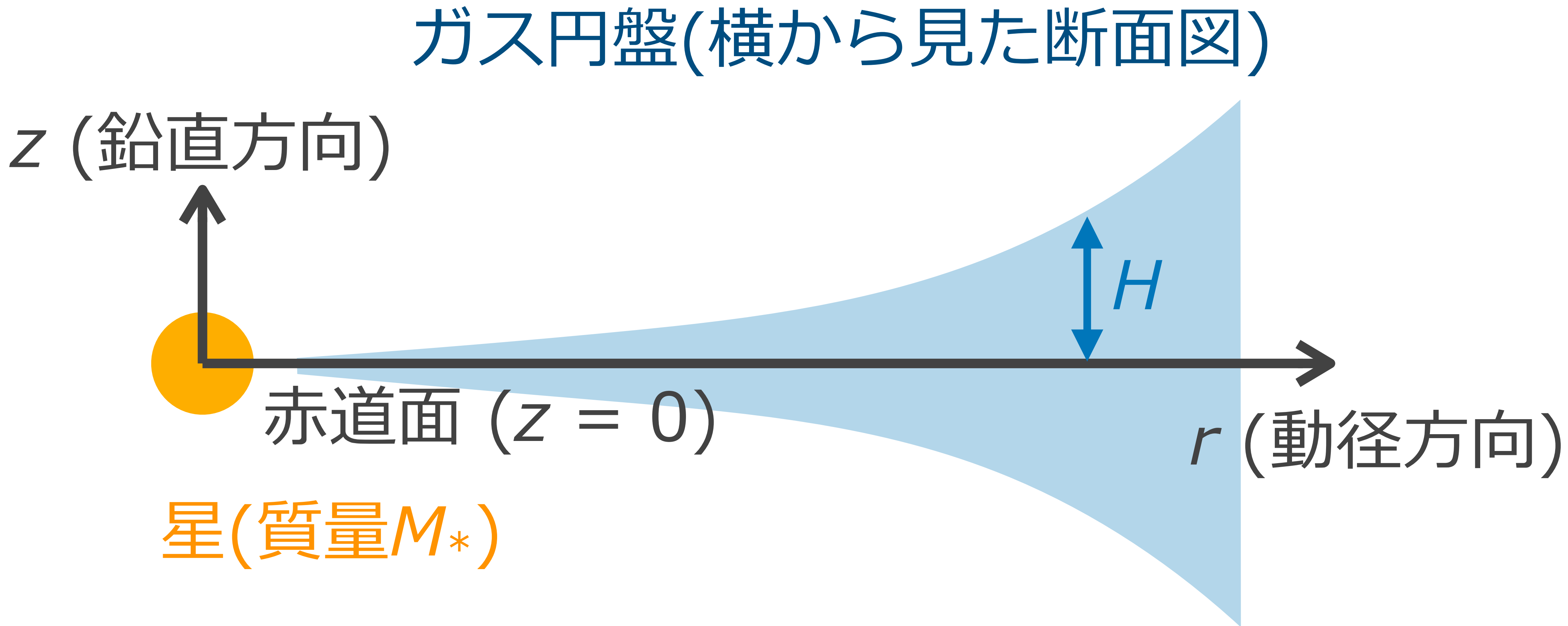
(厚み方向に積分した密度)

が得られる

ガス円盤の鉛直構造続き: スケールハイトの見積もり

円盤の縦横比(アスペクト比): $\dfrac{H}{r} = \dfrac{c_\mathrm{s}}{r\Omega_\mathrm{K}} = \dfrac{c_\mathrm{s}}{v_\mathrm{K}}$

音速: $c_\mathrm{s} = \sqrt{\dfrac{k_\mathrm{B}T}{m}}$　ケプラー速度: $v_\mathrm{K} = \sqrt{\dfrac{GM_*}{r}}$

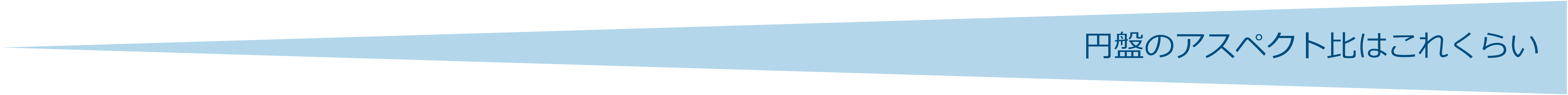


$$c_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{1.38\times10^{-23}\times300}{3.3\times10^{-27}}} \sim \sqrt{10^6} = 1\ \mathrm{km/s}$$

$$v_\mathrm{K} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times2\times10^{30}}{1.5\times10^{11}}} \sim \sqrt{9\times10^8} = 30\ \mathrm{km/s}$$

$$\frac{H}{r} = \frac{c_\mathrm{s}}{v_\mathrm{K}} \sim \frac{1}{30} \sim 0.03$$

- 1 auで $T \sim 300$ K
- ボルツマン定数: $k_\mathrm{B} = 1.38 \times 10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1}
- ガス(~ 水素分子)1個の質量: $m = 3.3 \times 10^{-27}$ kg
- 万有引力定数: $G = 6.67\times10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}
- 太陽質量: $M_* = 2 \times 10^{30}$ kg
- 1 au = 1.5×10^{11} m



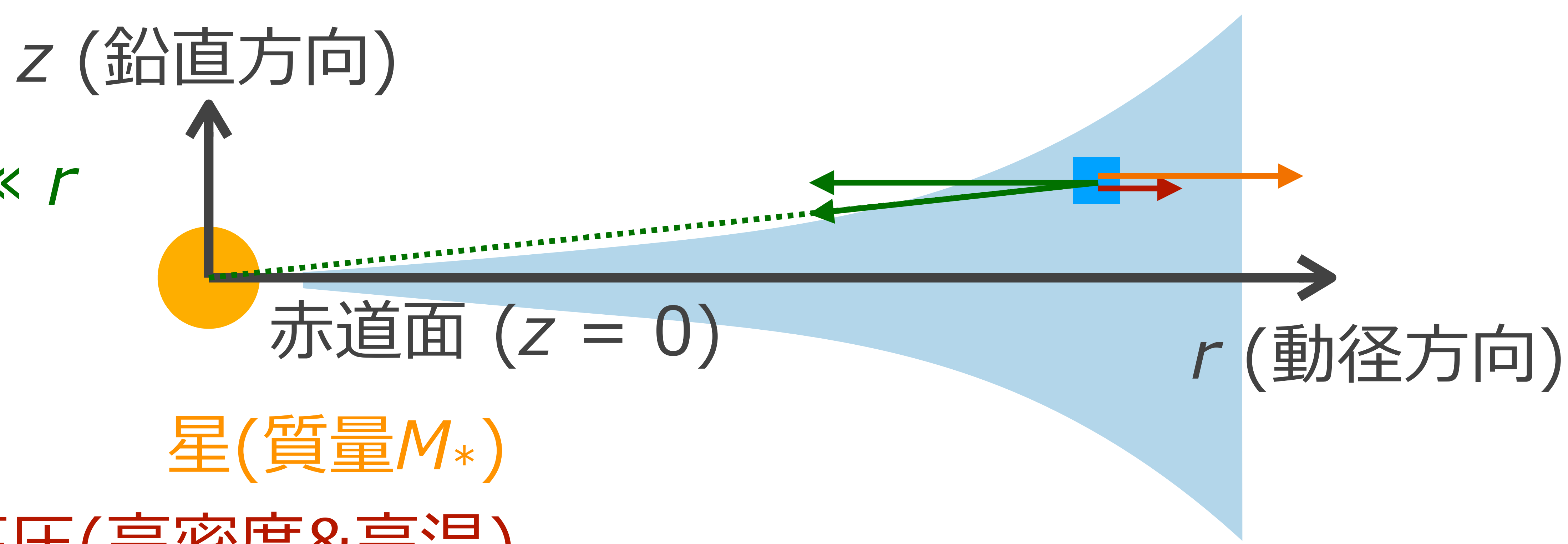
ガス円盤の公転速度

ガスの公転速度$v_{g,\varphi}$を決めるr方向の力のつりあい

- 中心星の重力: $-\dfrac{GM_*}{r^2+z^2}\dfrac{r}{\sqrt{r^2+z^2}} \approx -\dfrac{GM_*}{r^2}$　※$|z| \ll r$
- 遠心力: $+\dfrac{v_{g,\phi}^2}{r}$
- 圧力勾配力: $-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r} > 0$　※円盤は通常内側ほど高圧(高密度&高温)

※単位質量あたり

ガス円盤(横から見た断面図)



※ガス質量 « 星質量なので、ガスの重力は無視

もし $P = 0$ なら: $-\dfrac{GM_*}{r^2}+\dfrac{v_{g,\phi}^2}{r} = 0 \rightarrow v_{g,\phi} = \sqrt{\dfrac{GM_*}{r}} \equiv v_K$　(ケプラー速度)

実際は: $-\dfrac{GM_*}{r^2}+\dfrac{v_{g,\phi}^2}{r}-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r} = 0 \rightarrow v_{g,\phi} = \sqrt{\dfrac{GM_*}{r}+\dfrac{r}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r}} = v_K\sqrt{1+\dfrac{r}{v_K^2\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r}} \approx v_K\left(1+\dfrac{r}{2v_K^2\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r}\right) = v_K(1-\eta) < v_K$

↑

テイラー展開

$x \approx 0$のとき、$f(x) \approx f(0) + f'(0)x + O(x^2)$

円盤モデルによるが、$\eta \sim 10^{-3}$

ケプラー速度v_Kとの速度差: $-\eta v_K \approx -54$ m/s

ガス円盤の公転速度補足: η ってなに？

$$v_{\mathrm{g},\phi} = v_{\mathrm{K}}(1-\eta), \quad \eta \equiv -\frac{r}{2v_{\mathrm{K}}^2\rho}\frac{\partial P}{\partial r}$$

→ このままだと何なのかさっぱりわからないので、少しテクニカルな式変形をする

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}\underbrace{\frac{\partial P}{\partial \ln P}}_{=P}\underbrace{\frac{\partial \ln r}{\partial r}}_{=\frac{1}{r}} = \frac{P}{r}\frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}$$

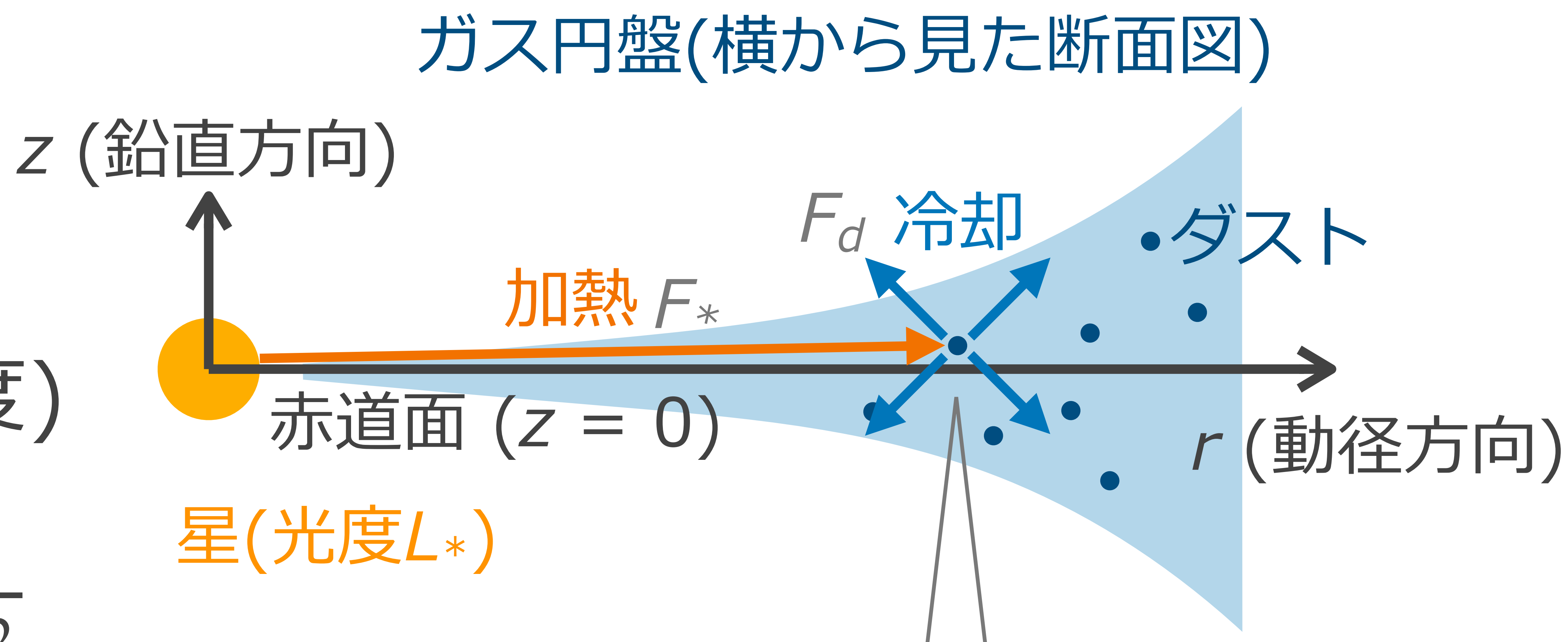
$$\eta = -\frac{r}{2v_{\mathrm{K}}^2}\underbrace{\frac{P}{\rho}}_{\frac{P}{\rho}=c_{\mathrm{s}}^2}\frac{1}{r}\frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} = -\frac{c_{\mathrm{s}}^2}{2v_{\mathrm{K}}^2}\frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}$$

- $P(r) = r^p$ のべき p (圧力の動径方向依存性のべき)
  → たいした値にはならないだろう…マイナスいくつか？
- $c_s/v_K \sim 0.03$ (21ページ参照)

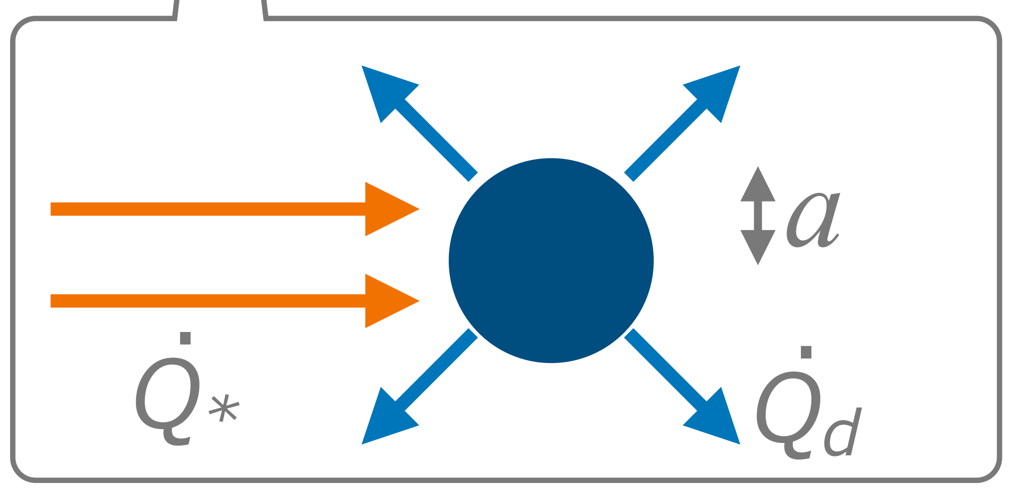
→ $\eta > 0$ かつ $\eta \ll 1$ となる

このように”べき”が重要となることが多いので、観測から”べき”を求められると嬉しい

円盤の温度構造



- ダスト温度: 星の放射の吸収(加熱)と、
  ダストの熱放射(冷却)のつりあいで決まる
- ガス温度: ダストとの衝突で決まる(≈ ダスト温度)
- 星の放射フラックス(エネルギー/時間/面積): $F_* = \dfrac{L_*}{4\pi r^2}$
  → ダストが吸収する星の光のエネルギー(単位時間): $\dot{Q}_* = \pi a^2 F_* = \dfrac{a^2 L_*}{4r^2}$



- ダストの熱放射フラックス: $F_\mathrm{d} = \sigma_\mathrm{SB} T^4$ (σ_SB: Stefan-Boltzmann定数)
  → ダストの熱放射のエネルギー(単位時間): $\dot{Q}_\mathrm{d} = 4\pi a^2 F_\mathrm{d} = 4\pi a^2 \sigma_\mathrm{SB} T^4$

平衡状態の温度は？

$\dot{Q}_* = \dot{Q}_\mathrm{d}$ より、 $T = \left(\dfrac{L_*}{16\pi\sigma_\mathrm{SB} r^2}\right)^{1/4} \approx 280 \left(\dfrac{r}{1\ \mathrm{au}}\right)^{-1/2} \left(\dfrac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/4}$ K

ダスト半径aによらない！

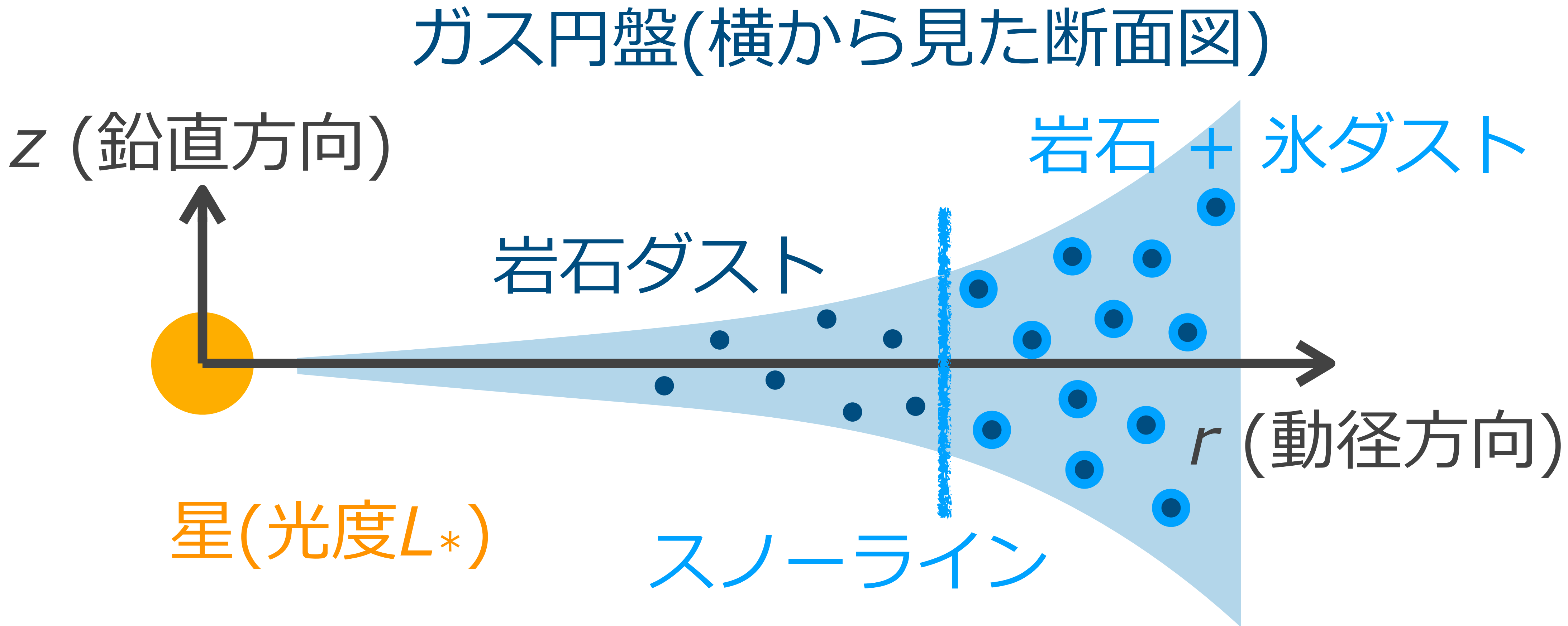
- σ_SB = 5.6×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
- 太陽光度: $L_\odot$ = 3.8 × 10^{26} W
- 1 au = 1.5 × 10^{11} m

円盤の温度構造応用: スノーライン

- 円盤でのH_2Oの昇華温度 ~ 150–180 K

  (※円盤は超低圧 ~ 10^{-5}–10^{-3} Pa)

$$T \approx 280 \left(\frac{r}{1\ \mathrm{au}}\right)^{-1/2} \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/4}\ \mathrm{K}$$

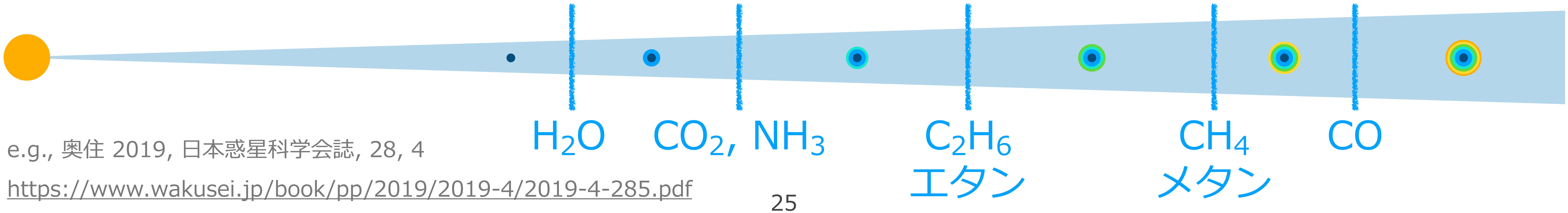


- 円盤のスノーライン(温度がH_2Oの昇華温度 ~ 170 Kと一致する位置)は？

$$r \approx 2.7 \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/2}\ \mathrm{au}$$

… 現在の小惑星帯(~ 3 au)の位置(火星と木星の間)

- 実際には他にも色々な物質のスノーラインがあると考えられている



e.g., 奥住 2019, 日本惑星科学会誌, 28, 4

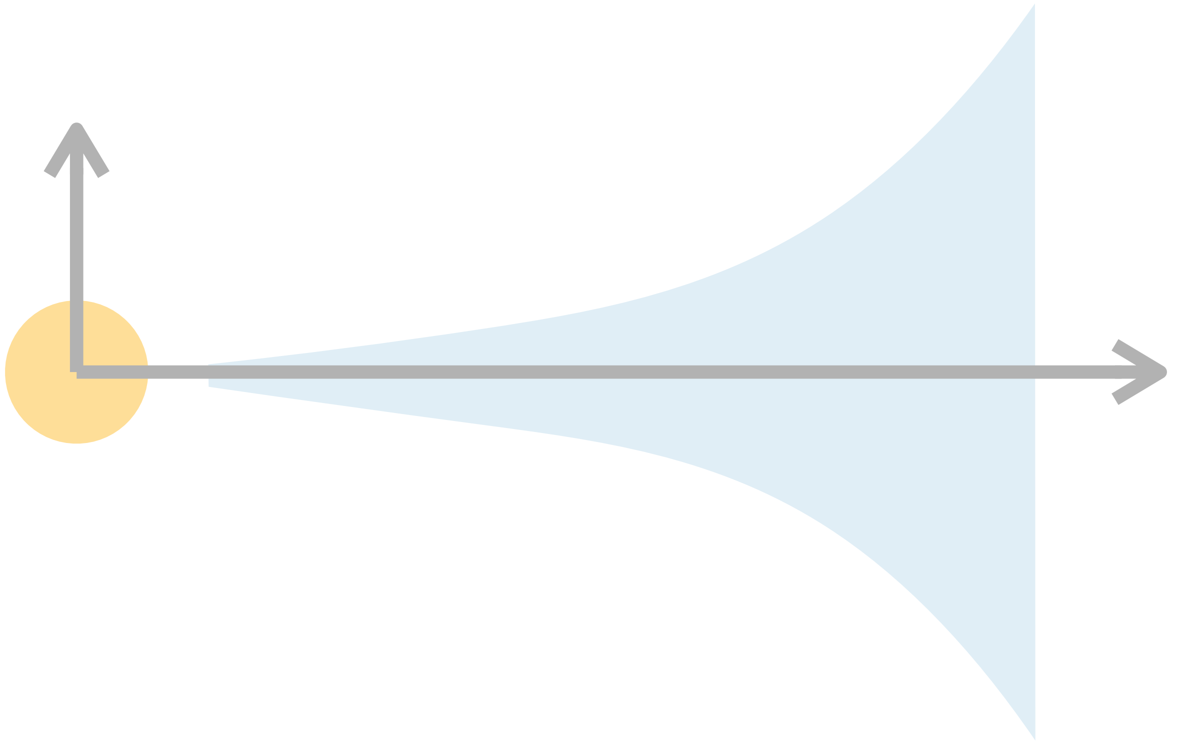
https://www.wakusei.jp/book/pp/2019/2019-4/2019-4-285.pdf

原始惑星系円盤のモデル

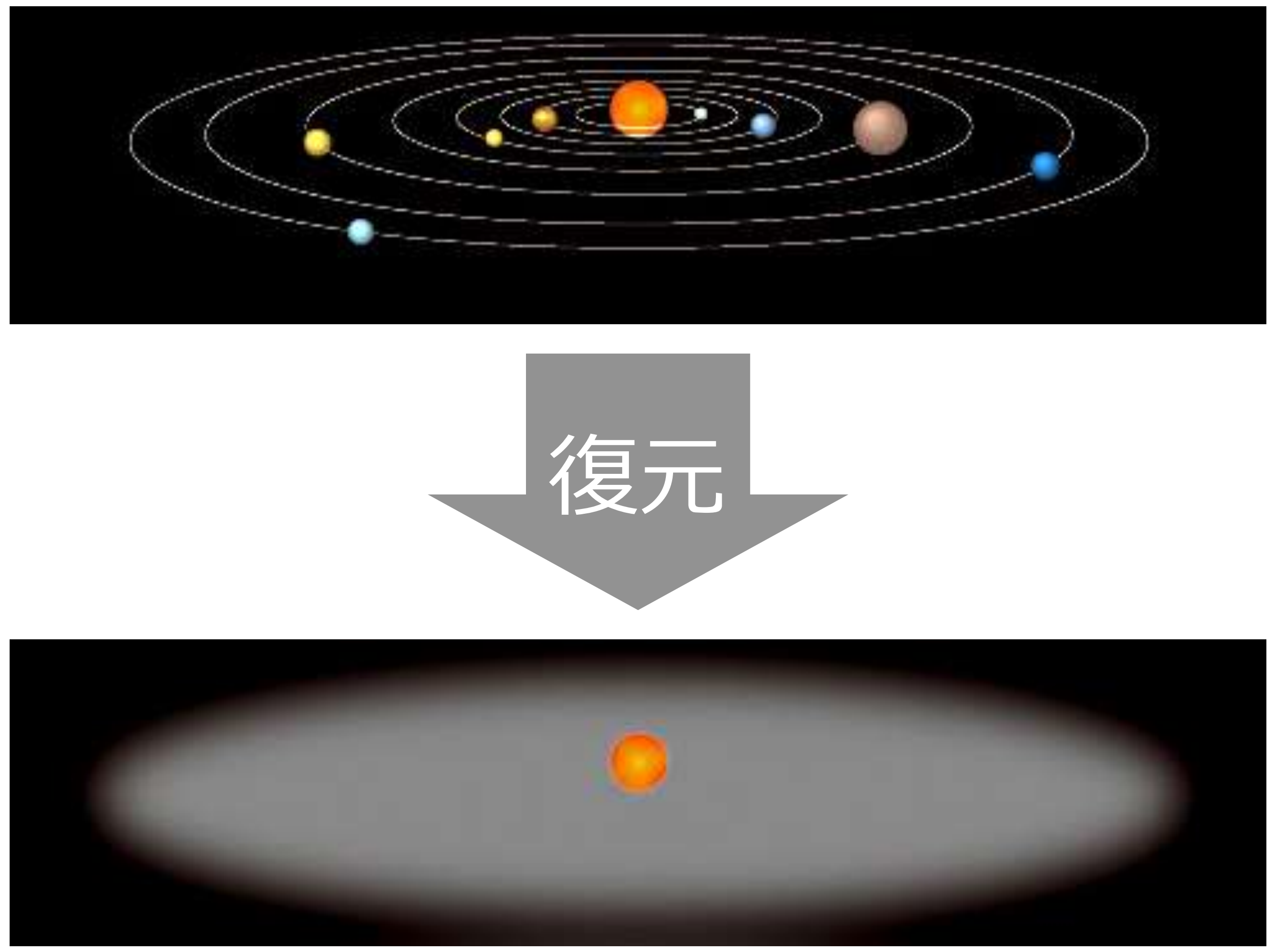
なぜ原始惑星系円盤(円盤と略すことが多い)のモデルが必要なのか？

→ 惑星は円盤の中で形成するため

どのようにモデルを作るか？

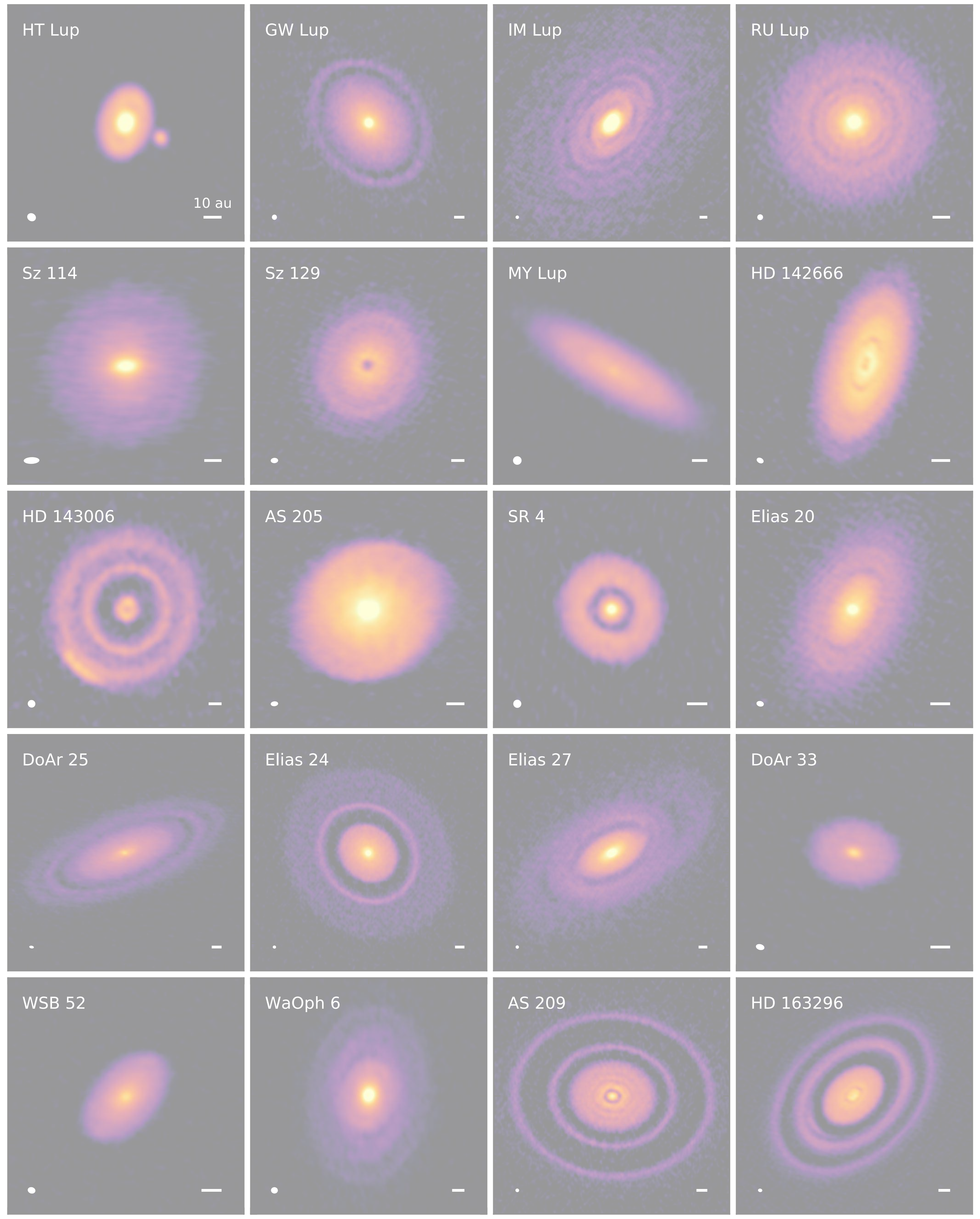


● 理論



©理科年表オフィシャルサイト

● 太陽系の姿から推測



Andrews et al. (2018)

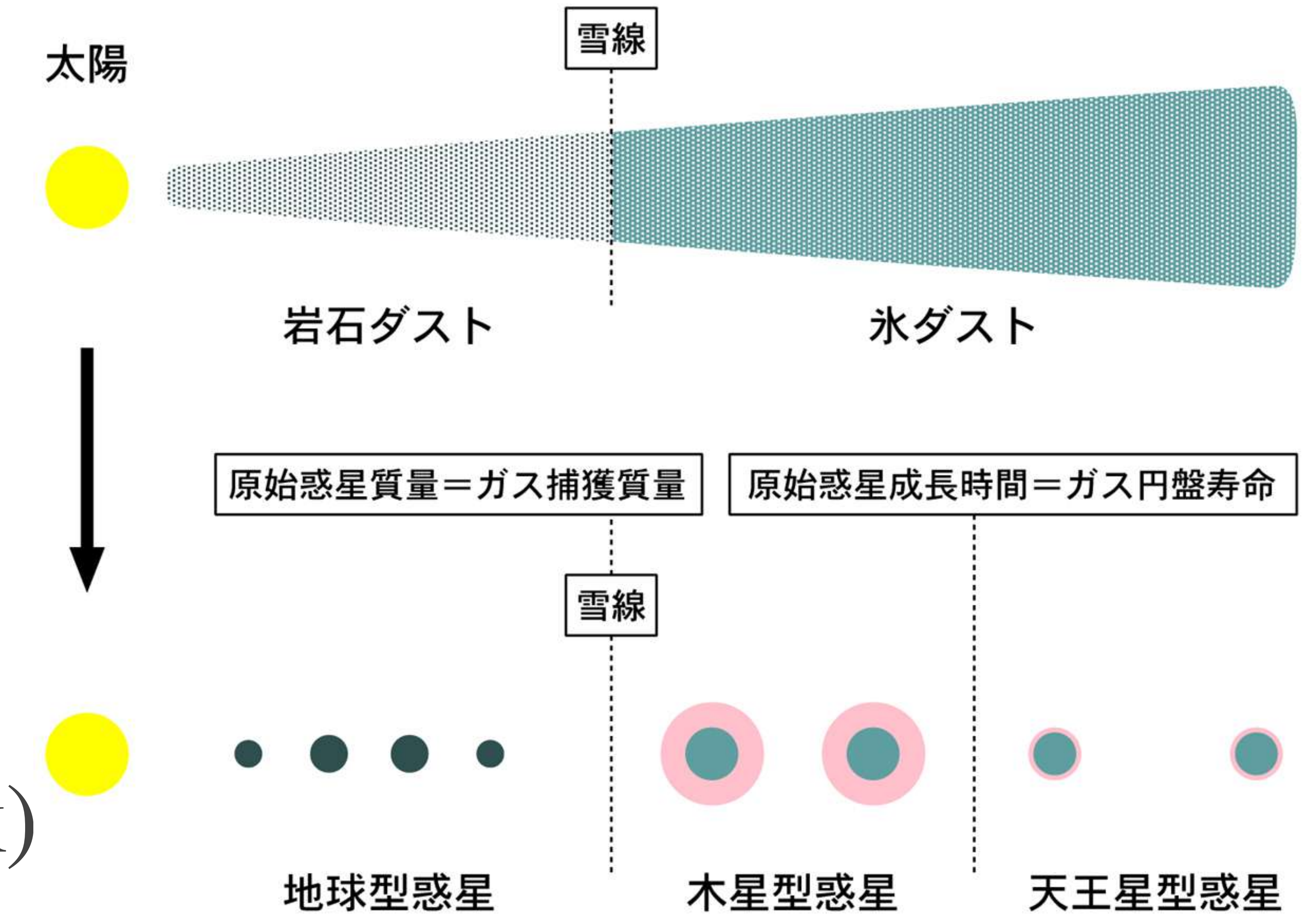
● 望遠鏡観測により見えてきたものをモデル化する

Minimum Mass Solar Nebula (MMSN)モデル

Weidenschilling (1977)
Hayashi (1981)

最小質量太陽系星雲モデル: 太陽系を作った原始惑星系円盤の最小質量の場合のモデル

- 惑星の固体質量をすりつぶして円環状にばらまき、滑らかな面密度(g cm⁻²)分布を推定
  (惑星はその場で誕生したという仮定)
- 太陽の元素組成を仮定してガスを加える



©理科年表オフィシャルサイト

- ガス面密度: $\Sigma_g = 1700 \left(\frac{r}{1\ \mathrm{au}}\right)^{-3/2}\ \mathrm{g\ cm^{-2}}$
- ダスト面密度: $\Sigma_d = 7.1 \left(\frac{r}{1\ \mathrm{au}}\right)^{-3/2}\ \mathrm{g\ cm^{-2}}$ (if $r < 2.7$ au, rock)

$$\Sigma_d = 30 \left(\frac{r}{1\ \mathrm{au}}\right)^{-3/2}\ \mathrm{g\ cm^{-2}}\ (\text{if } r > 2.7\ \text{au, rock + ice})$$

2.7 au: 水氷が昇華・凝華する軌道長半径(25ページ参照)

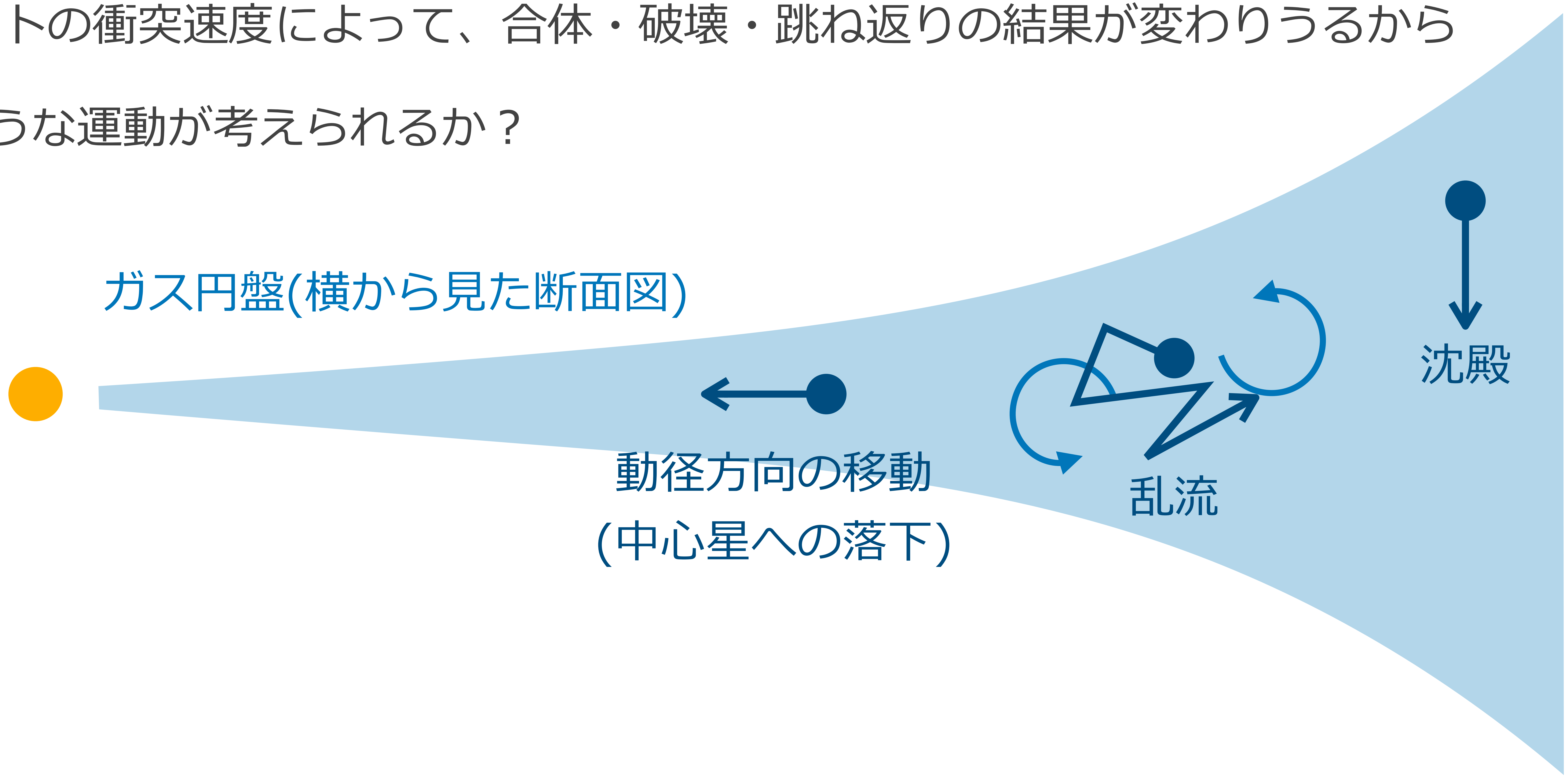
第3章 原始惑星系円盤中でのダストの運動

原始惑星系円盤中でのダストの運動

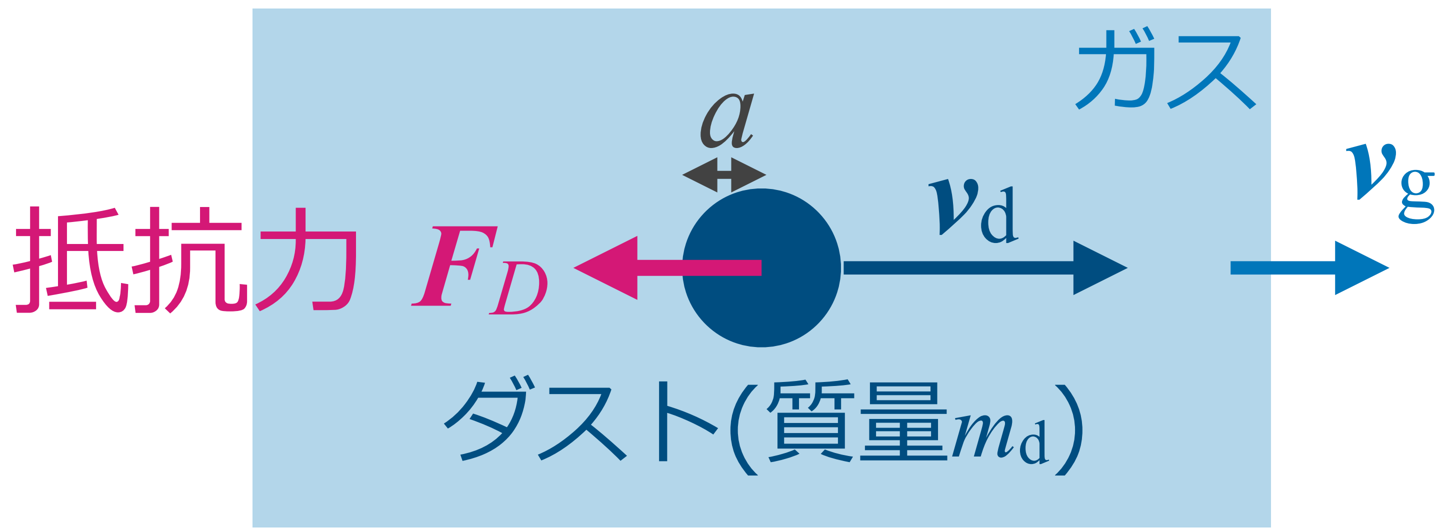
なぜダストの運動を理解したいのか？

→ ダストの衝突速度によって、合体・破壊・跳ね返りの結果が変わりうるから

どのような運動が考えられるか？



基本: ダストにはたらくガス抵抗力



$$F_\mathrm{D} = m_\mathrm{d}\frac{\Delta v}{\Delta t} = m_\mathrm{d}\frac{(v_\mathrm{d} - v_\mathrm{g}) - 0}{0 - t_\mathrm{stop}} = -m_\mathrm{d}\frac{v_\mathrm{d} - v_\mathrm{g}}{t_\mathrm{stop}}$$

制動時間 (stopping time)

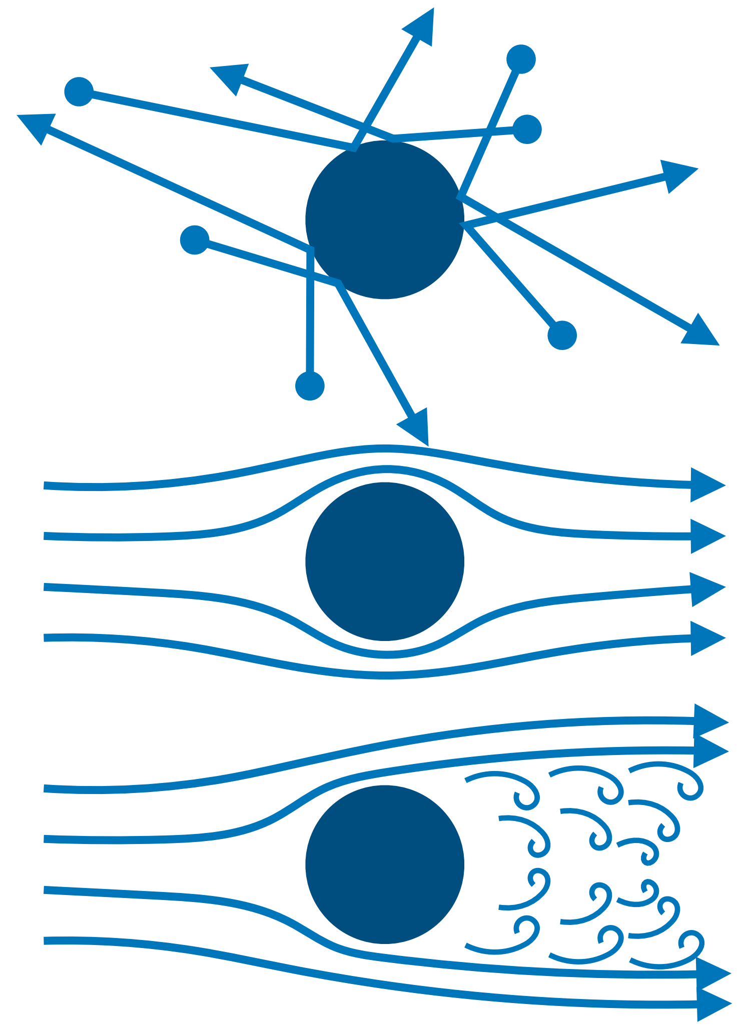
ダストがガスの運動に馴染む時間スケール

t_stopが小さいほど、ガス抵抗の影響は強い

ダスト半径aとガスの平均自由行程λの大小関係と、

レイノルズ数Reにより、3つの抵抗則に分けられる

- エプスタイン則: $a \lesssim \lambda$ のとき、ガスを**自由分子**として扱う
- ストークス則: $a \gtrsim \lambda, \mathrm{Re} \lesssim 1$ のとき、ガスを**粘性流体**として扱う
- ニュートン則: $a \gtrsim \lambda, \mathrm{Re} \gtrsim 10^3$ のとき、ガスを**非粘性流体**として扱う



ガスの平均自由行程: $\sigma\lambda n = 1 \rightarrow \lambda = \dfrac{1}{n\sigma} \sim 1\ \mathrm{cm}\ @\ 1\ \mathrm{au}$

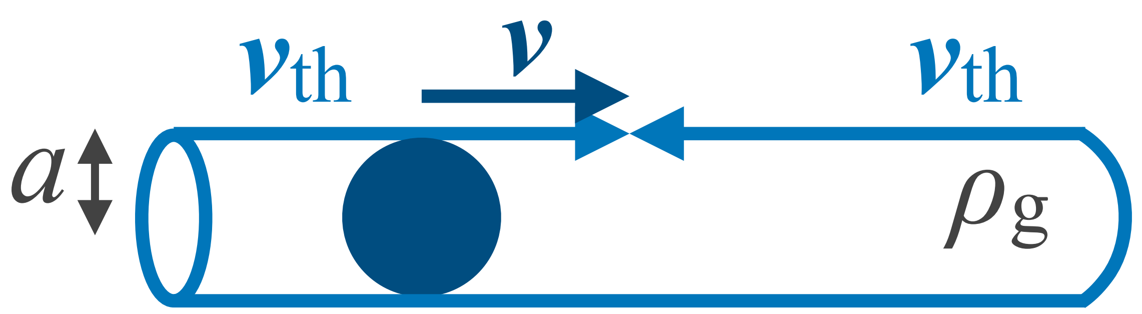
軌道長半径 大
→ 数密度 小
→ 平均自由行程 大

σ: ガス分子の衝突断面積

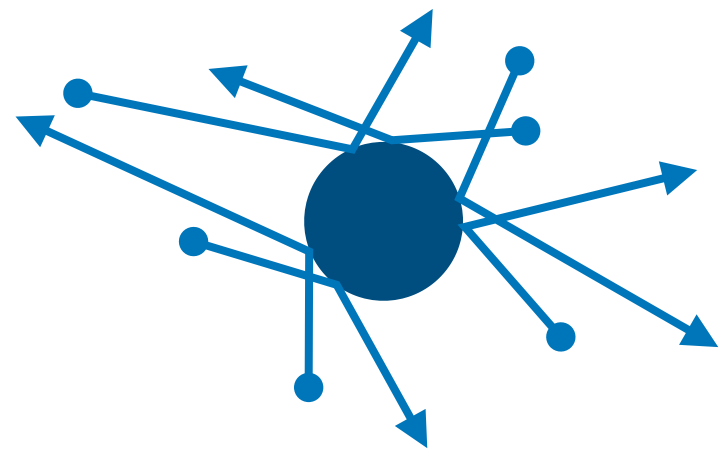
n: ガス分子の数密度

ダストの制動時間のダスト半径・内部密度依存性は？

エプスタイン則: $a \lesssim \lambda$ のとき、ガスを質量m_g、熱速度v_thの**自由分子**として扱う



(熱速度v_thはMaxwell分布から求められる)



- ダストの前方からガス分子が衝突する回数/時間　$\sim a^2(v_\mathrm{th}+v)\rho_\mathrm{g}/m_\mathrm{g}$
- ダストの後方からガス分子が衝突する回数/時間　$\sim a^2(v_\mathrm{th}-v)\rho_\mathrm{g}/m_\mathrm{g}$
- 1回の衝突でダストに与える運動量　$= 2m_\mathrm{g}v_\mathrm{th}$

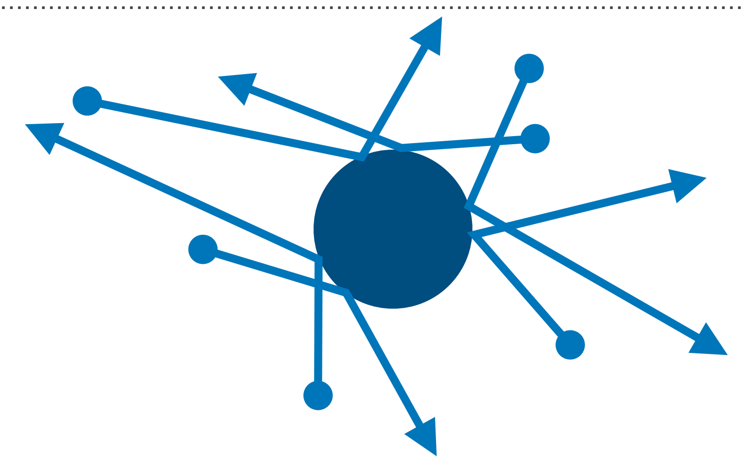
→ 力 = 運動量/時間　$\sim -2m_\mathrm{g}v_\mathrm{th}\cdot a^2\cdot 2v\cdot\rho_\mathrm{g}/m_\mathrm{g} \sim -a^2\rho_\mathrm{g}v_\mathrm{th}v = -\dfrac{m_\mathrm{d}v}{t_\mathrm{stop}}$

$$t_\mathrm{stop} \sim \frac{m_\mathrm{d}}{a^2\rho_\mathrm{g}v_\mathrm{th}} \sim \frac{\rho_\mathrm{int}a}{\rho_\mathrm{g}v_\mathrm{th}}$$

係数を考慮すると、　$t_\mathrm{stop} \approx \dfrac{\rho_\mathrm{int}a}{\rho_\mathrm{g}v_\mathrm{th}}$　(ダストの内部密度ρ_intと半径aに比例)

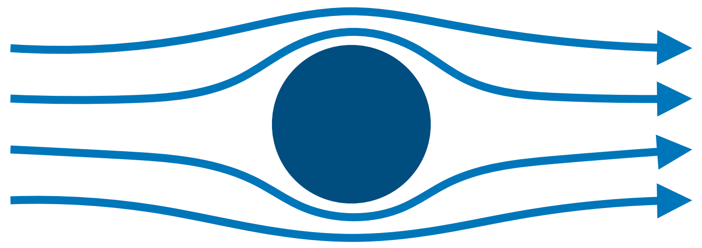
ダストの制動時間のダスト半径・内部密度依存性まとめ

- エプスタイン則: $a \lesssim \lambda$ のとき、ガスを**自由分子**として扱う



$$t_{\rm stop} \approx \frac{\rho_{\rm int} a}{\rho_{\rm g} v_{\rm th}}$$

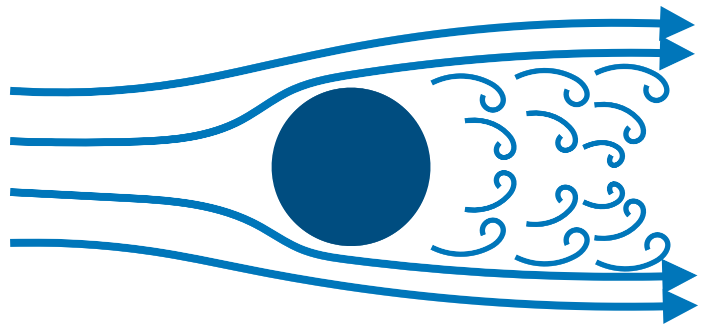
- ストークス則: $a \gtrsim \lambda, {\rm Re} \lesssim 1$ のとき、ガスを**粘性流体**として扱う



$$t_{\rm stop} \approx \frac{\rho_{\rm int} a}{\rho_{\rm g} v_{\rm th}} \frac{4a}{9\lambda}$$

粘性流体では、物体近傍の流体は物体と一緒に動こうとするので、
実行的な断面積が幾何断面積よりも大きくなる

- ニュートン則: $a \gtrsim \lambda, {\rm Re} \gtrsim 10^3$ のとき、ガスを**非粘性流体**として扱う



$$t_{\rm stop} \approx \frac{16 \rho_{\rm int} a}{3 \rho_{\rm g} |\boldsymbol{v}_{\rm d} - \boldsymbol{v}_{\rm g}|}$$

ガスの速度はミクロな熱速度ではなく、
マクロな流体速度になる

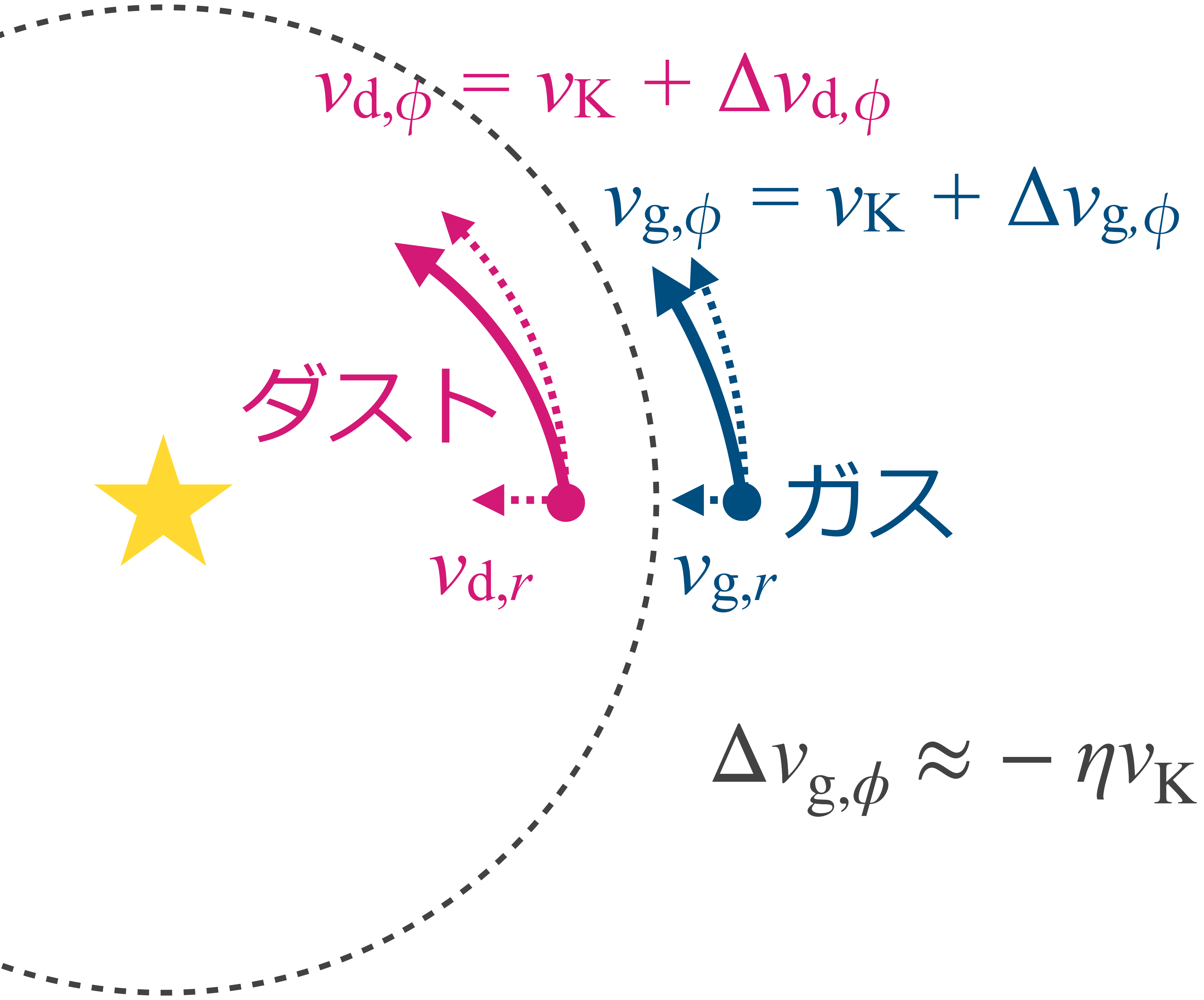
※ 熱速度$v_{\rm th}$と音速$c_{\rm s}$は数倍違うのだが、
混同している(有名な)論文があるので注意！

レイノルズ数: $\quad {\rm Re} \equiv \dfrac{4|\boldsymbol{v}_{\rm d} - \boldsymbol{v}_{\rm g}|a}{v_{\rm th}\lambda}$ ~ (特徴的な速度)×(特徴的な長さ)/(動粘性係数)

Re < 1 となるのは ~ 10 cm以下(@1 au)のダストのとき

ダストの動径方向の移動速度は？

Adachi et al. (1976)
Weidenschilling (1977)



$\Delta v_{g,\phi} \approx -\eta v_K$

- ダストの動径方向の運動方程式:

$$\frac{dv_{d,r}}{dt} = \frac{v_{d,\phi}^2}{r} - \Omega_K^2 r - \frac{v_{d,r} - v_{g,r}}{t_{stop}} = 0$$

遠心力　重力　ガス抵抗力　つりあったときの終端速度

- ダストの角運動量保存則:

$$\frac{d}{dt}(r v_{d,\phi}) = -\frac{r}{t_{stop}}(v_{d,\phi} - v_{g,\phi})$$

角運動量

- ダスト密度がガス密度よりも低く、かつ$v_{d,\phi} \approx v_K$ であれば: $v_{d,r} \approx \dfrac{v_{g,r} - 2\eta v_K \mathrm{St}}{\mathrm{St}^2 + 1}$
- 無次元化された制動時間: ストークス数 $\mathrm{St} \equiv t_{stop}\Omega_K$ (~ ケプラー周期を用いて無次元化)
- $\mathrm{St} \ll 1$ なら: $v_{d,r} \approx v_{g,r} - 2\eta v_K \mathrm{St}$　　$\mathrm{St} \gg 1$ なら: $v_{d,r} \approx -2\eta v_K \mathrm{St}^{-1}$
- $\mathrm{St} \approx 1$ のとき $v_{d,r}$ が最大となる: $v_{d,r} \approx -\eta v_K$

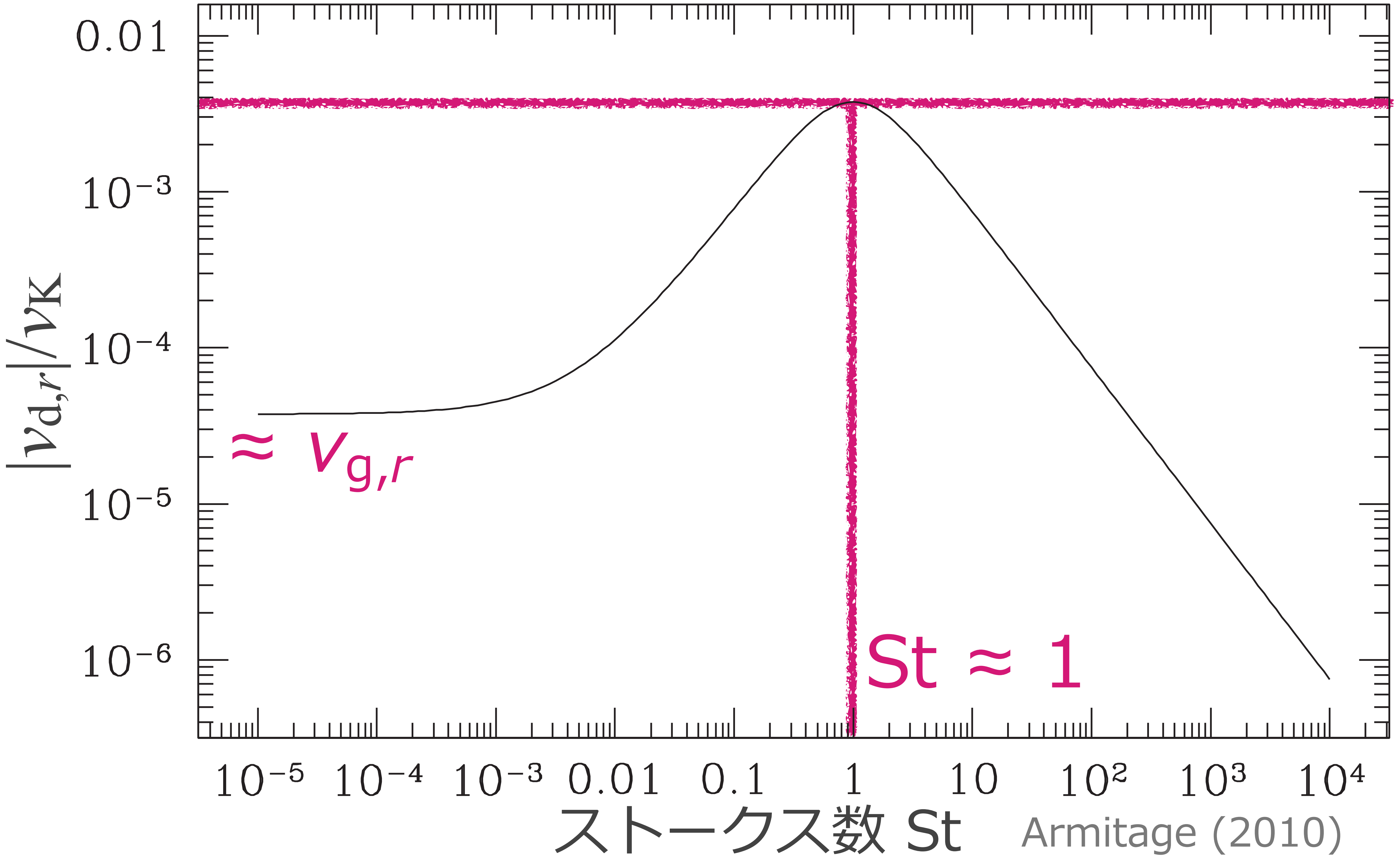
ダストの動径方向の移動速度まとめ

Adachi et al. (1976)
Weidenschilling (1977)

- ダストはケプラー速度で公転しようとする
- ガスは圧力勾配力により支えられ、ケプラー速度よりわずかに遅くなる

→ ダストはガスの「向かい風」を受け、公転速度が遅くなる

→ 遠心力が減少し、中心へと向かって落下する



Armitage (2010)

最大動径移動速度 $\approx \eta v_K$

円盤モデルにもよるが、

$\eta v_K \approx 50$ m/s

ダスト中心星落下のタイムスケール

Adachi et al. (1976)
Weidenschilling (1977)

- St ≈ 1 のとき、落下速度は最大になり、$\eta v_K \approx 50$ m/s
- 1 au = 1.5 × 10^{11} m とすると、(1 yr ≈ 3 × 10^7 s)

$$\frac{1.5\times10^{11}\ \mathrm{m}}{50\ \mathrm{m/s}} = 3\times10^{9}\ \mathrm{s} \sim 100\ \mathrm{yr}$$ で落下してしまう！

- St ≈ 1 ってどんなダスト？(32ページのエプスタイン則を仮定して見積もる)

$$\mathrm{St} \equiv t_{\mathrm{stop}}\Omega_{\mathrm{K}} \approx \frac{\rho_{\mathrm{int}}a}{\rho_{\mathrm{g}}v_{\mathrm{th}}}\Omega_{\mathrm{K}} = \frac{\rho_{\mathrm{int}}a\sqrt{2\pi}c_{\mathrm{s}}}{\Sigma_{\mathrm{g}}\Omega_{\mathrm{K}}\sqrt{8/\pi}c_{\mathrm{s}}}\Omega_{\mathrm{K}} = \frac{\pi\rho_{\mathrm{int}}a}{2\Sigma_{\mathrm{g}}}$$

$$\left(v_{\mathrm{th}} = \sqrt{8/\pi}c_{\mathrm{s}}\right)$$

↑

熱速度v_{th}と音速c_{s}は数倍違う

→ 円盤ガス面密度Σ_{g}にもよるが、

ρ_{int} = 1 g/cm^3 のコンパクトなダストで**メートルサイズ**のダスト

「ダスト中心星落下問題」

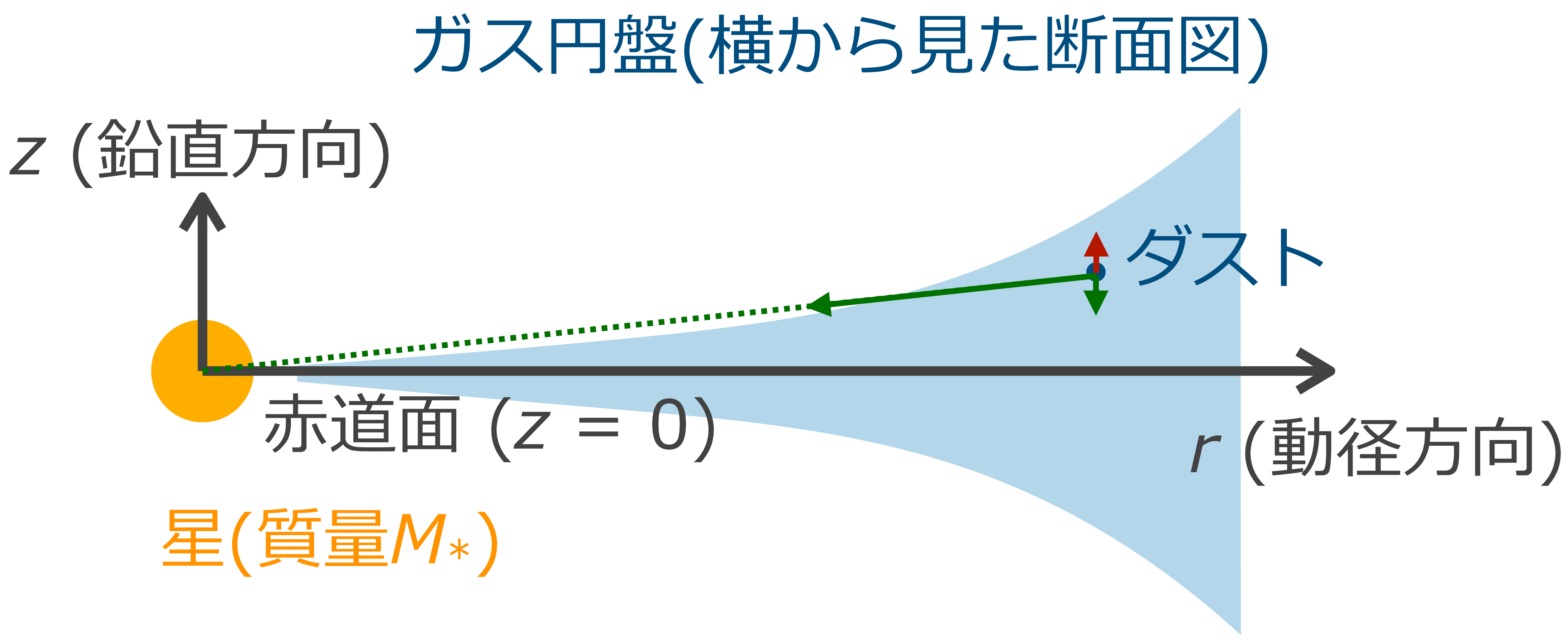
円盤中のダストの「沈殿」

ダストにはたらくz方向の中心星重力と

ガス抵抗力のつりあいから、終端速度v_zを求める

$$-\frac{GM_* m_\mathrm{d}}{r^3} z = -\Omega_\mathrm{K}^2 m_\mathrm{d} z = m_\mathrm{d} \frac{v_z}{t_\mathrm{stop}}$$ (19ページ参照)

$$v_z = -t_\mathrm{stop}\Omega_\mathrm{K}^2 z = -\mathrm{St}\Omega_\mathrm{K} z$$



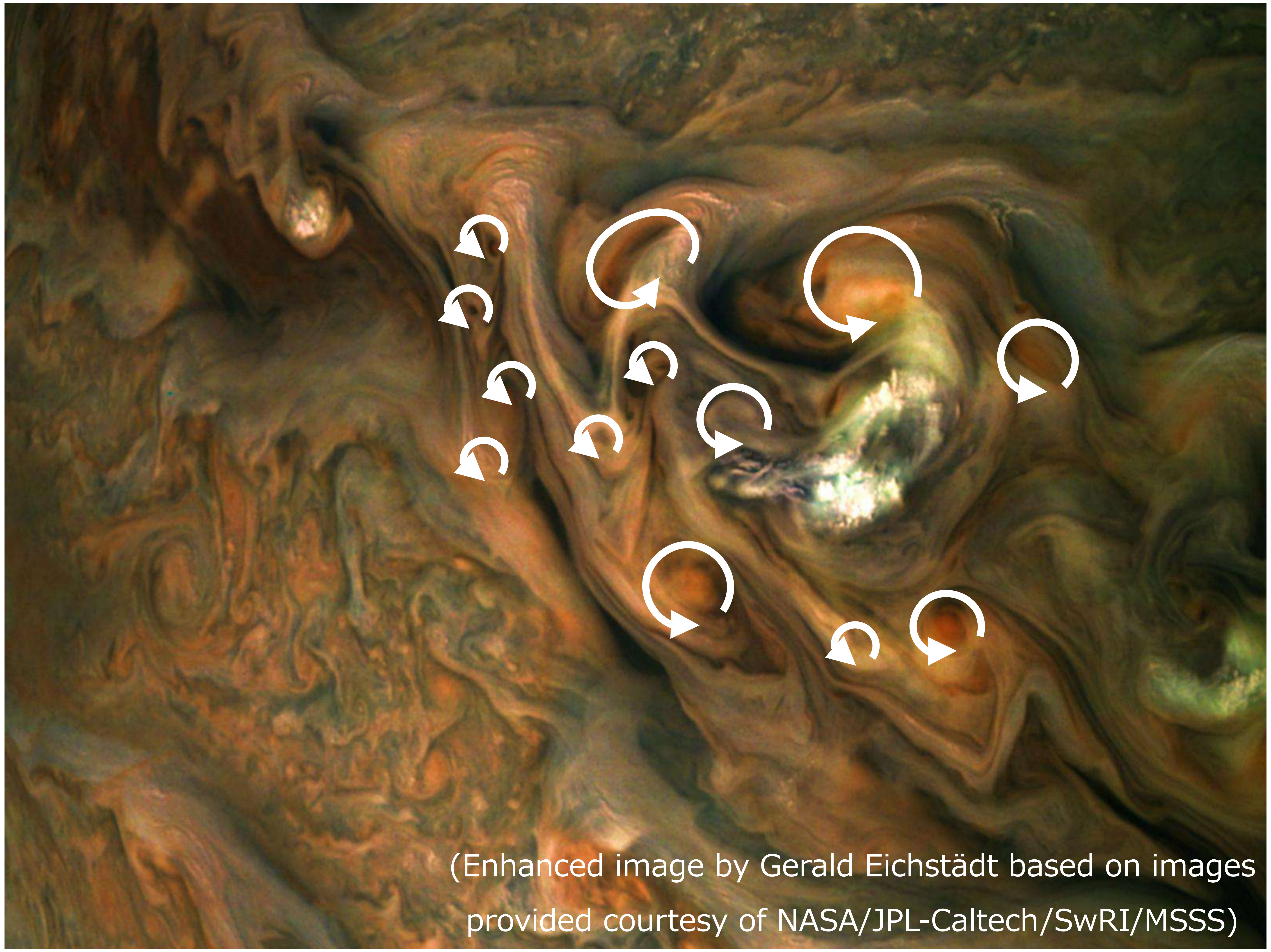
円盤赤道面まで沈殿するために必要な時間: $\left|\frac{z}{v_z}\right| = \frac{1}{\mathrm{St}\Omega_\mathrm{K}}$

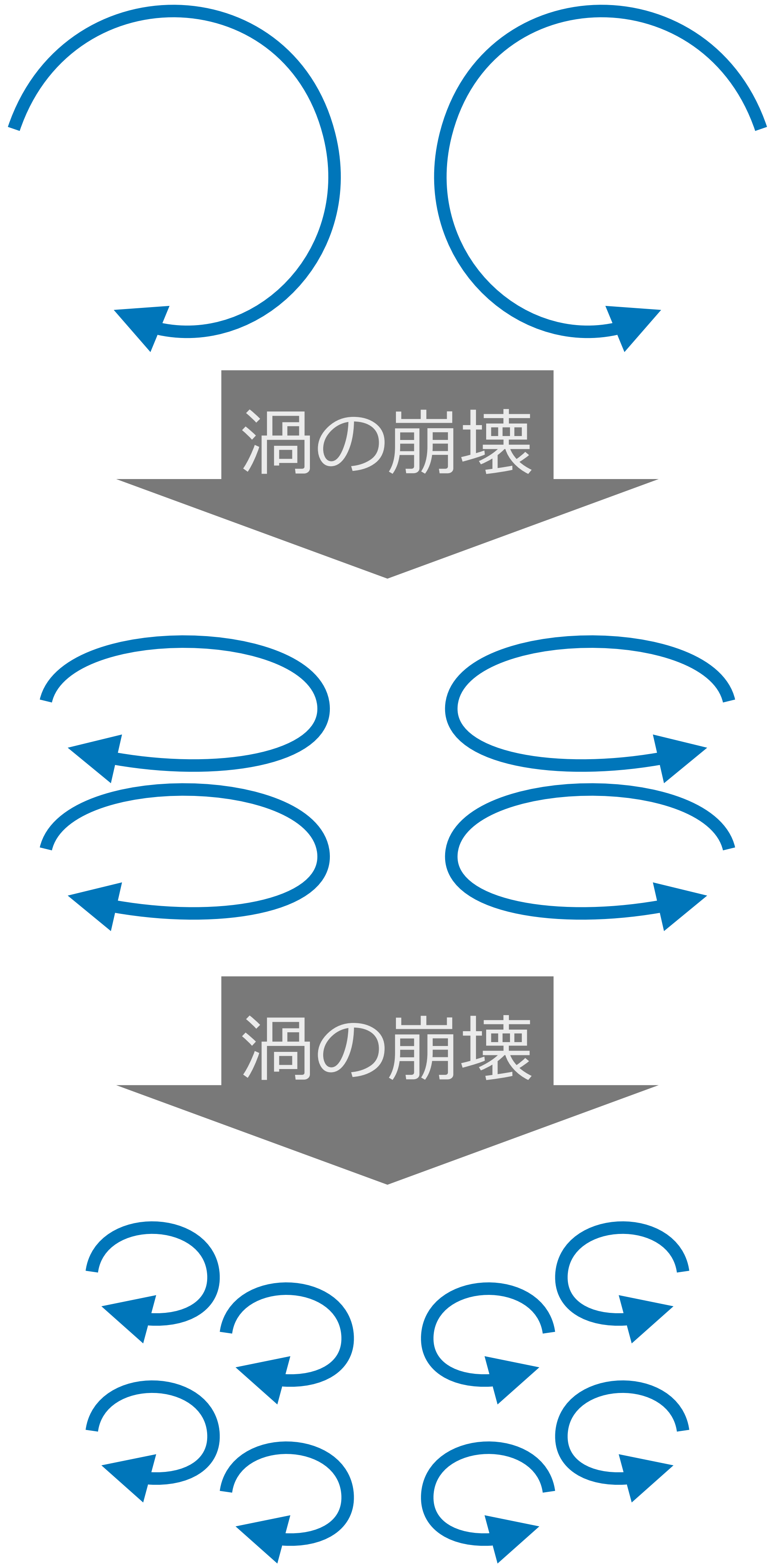
例: 5 au (木星の公転周期: T ~ 12 yr, 角速度 = $2\pi/T$)では

- 0.1 μm粒子 (St ~ 10^{-7}): 沈殿に要する時間 ~ 20 Myr
- > 1 μm粒子なら、円盤寿命(~ Myr)のうちに沈殿できる

原始惑星系円盤に乱流はあるの？

- 乱流とは？ → 乱れた渦の集まり (例: 煙や木星大気など)

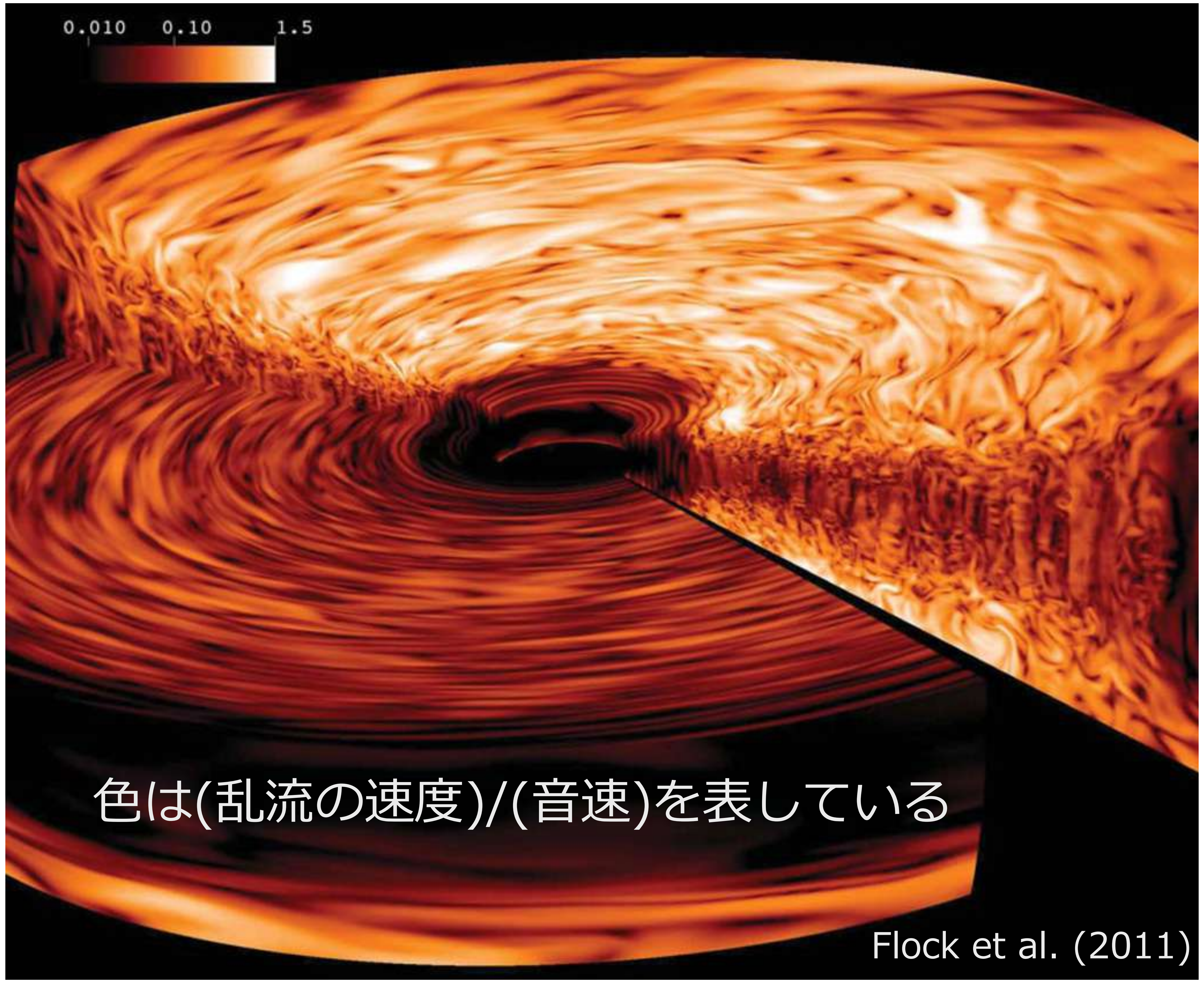




理論的に予想される原始惑星系円盤の乱流の例

- 乱流を作りうる円盤の不安定性はいくつか提案されている

例えば円盤にわずかに存在する磁場が原因となり、磁気流体力学的不安定性を起こす



- 「乱流」は惑星形成における研究テーマの一つになるくらい、奥深い現象

(なのでこれ以上はここでは扱えません)

- 便宜的に、乱流粘性ν_t (ブイではなくニュー) をαを用いて

$$\nu_t \sim \alpha c_s H$$

と表す (Shakura & Sunyaev 1973)

(速度は音速以下、サイズは円盤厚み以下と予想される)

乱流中のダスト衝突速度

- 円盤乱流に起因する等サイズのダスト衝突速度 (Ormel & Cuzzi 2007)

  St < 1 のとき: $v_{\rm coll} \sim \sqrt{\alpha {\rm St}}\, c_{\rm s}$

  St > 1 のとき: $v_{\rm coll} \sim \sqrt{\dfrac{2\alpha}{1+{\rm St}}}\, c_{\rm s}$

- 乱流中のダスト衝突速度が最大のとき(St ~ 1)、どれくらいの速さ？

  1 auでの音速 c_s ~ 1 km/s (21ページ参照)

  強い乱流のとき (α ~ 10^{-2}): $v_{\rm coll} \sim \sqrt{10^{-2}} \times 1\ {\rm km/s} = 100\ {\rm m/s} = 360\ {\rm km/h}$

  ほどほどの乱流のとき (α ~ 10^{-3}): $v_{\rm coll} \sim \sqrt{10^{-3}} \times 1\ {\rm km/s} \approx 30\ {\rm m/s} = 108\ {\rm km/h}$

乱流の強さによっては、野球選手の最速投球の速さくらいにもなる！

→ ダストは壊れてしまう　**「衝突破壊問題」**

乱流円盤中のダスト層の厚み

ざっくりと見積もるには、ダストの沈殿速度v_z(36ページ参照)と、

乱流による速度v_t (= v_{coll}, 39ページ参照)がつりあうときの高さを求めればよい

$$|v_z| = \mathrm{St}\Omega_K z \qquad |v_t| = \sqrt{\alpha \mathrm{St}}c_s$$

$$|v_z| = |v_t| \quad \rightarrow \quad \mathrm{St}\Omega_K z = \sqrt{\alpha \mathrm{St}}c_s$$

$$z = H_d = \frac{\sqrt{\alpha \mathrm{St}}c_s}{\mathrm{St}\Omega_K} = \sqrt{\frac{\alpha}{\mathrm{St}}}H_g$$

H_g: ガスのスケールハイト(19ページ参照)

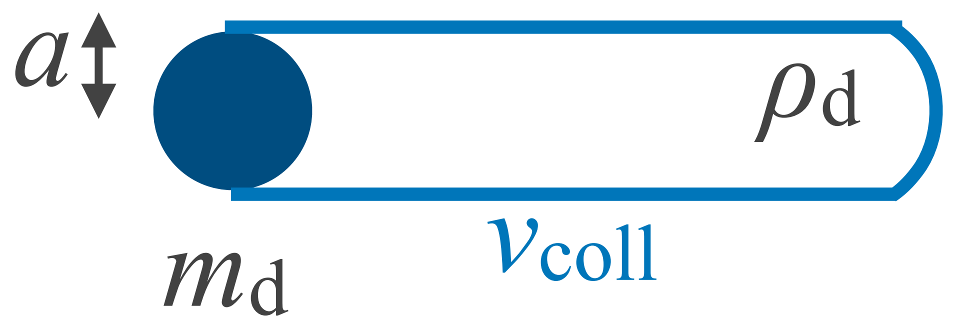
ダスト成長のタイムスケール

Okuzumi et al. (2012)

- ダストが衝突により破壊されないと仮定して、ダスト成長のタイムスケールを見積もる

$$t_{\mathrm{grow}} \sim \frac{m_{\mathrm{d}}}{dm/dt}$$

$$\frac{dm}{dt} \sim \rho_{\mathrm{d}} v_{\mathrm{coll}} \pi a^2 = \frac{\Sigma_{\mathrm{d}}}{\sqrt{2\pi} H_{\mathrm{d}}} v_{\mathrm{coll}} \pi a^2$$



※ダストは中心星の重力により、赤道面に沈殿する

- 最も成長の早い(衝突速度が大きい) St = 1 の場合を考える

$$v_{\mathrm{coll}} \sim \sqrt{\alpha} c_{\mathrm{s}}\,, \quad H_{\mathrm{d}} \sim \sqrt{\alpha} H_{\mathrm{g}}\,, \quad H_{\mathrm{g}} = c_{\mathrm{s}}/\Omega_{\mathrm{K}}$$

$$t_{\mathrm{grow}} \sim \frac{m_{\mathrm{d}}}{dm/dt} \sim \frac{(4/3)\pi a^3 \rho_{\mathrm{int}}}{\dfrac{\Sigma_{\mathrm{d}}}{\sqrt{2\pi}\alpha c_{\mathrm{s}}/\Omega_{\mathrm{K}}} \sqrt{\alpha} c_{\mathrm{s}} \pi a^2} = \frac{4\sqrt{2\pi} a \rho_{\mathrm{int}}}{3\Sigma_{\mathrm{d}}\Omega_{\mathrm{K}}} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{\Sigma_{\mathrm{g}}}{\Sigma_{\mathrm{d}}} \frac{a\rho_{\mathrm{int}}}{\Sigma_{\mathrm{g}}} \frac{t_{\mathrm{K}}}{2\pi} \sim (\text{数十}) \left(\frac{\Sigma_{\mathrm{d}}/\Sigma_{\mathrm{g}}}{0.01} \right)^{-1} t_{\mathrm{K}}$$

~ St = 1

t_{K}: ケプラー周期

成長のタイムスケールはガス・ダスト比だけで決まる！

ダスト成長 vs 中心星落下 の例

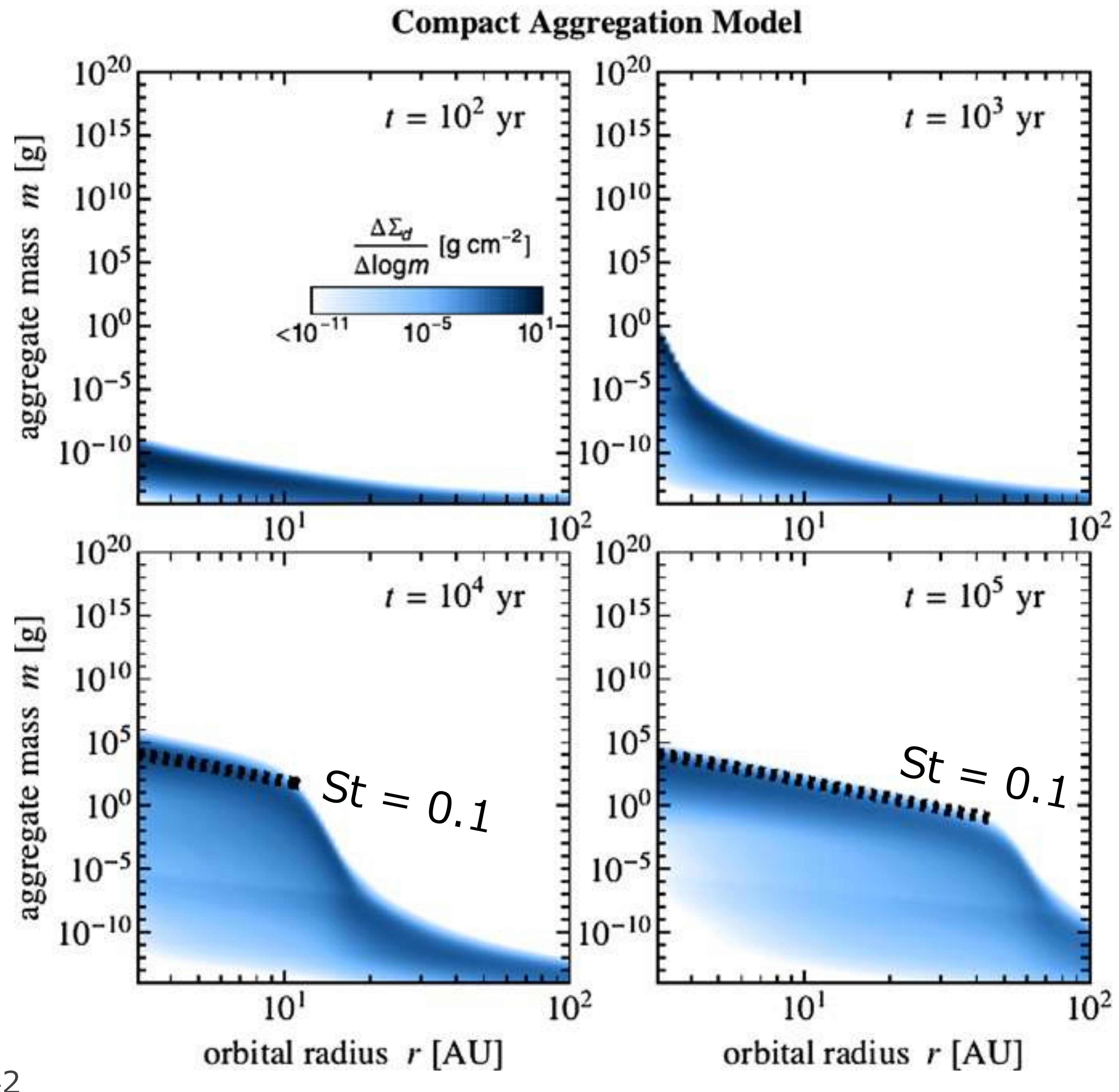
Okuzumi et al. (2012)

ダストの運動を全て考慮し、

完全合体(衝突破壊なし)を仮定したうえで、

各軌道長半径での

ダストサイズ分布の進化を計算



内部密度一定の場合には、

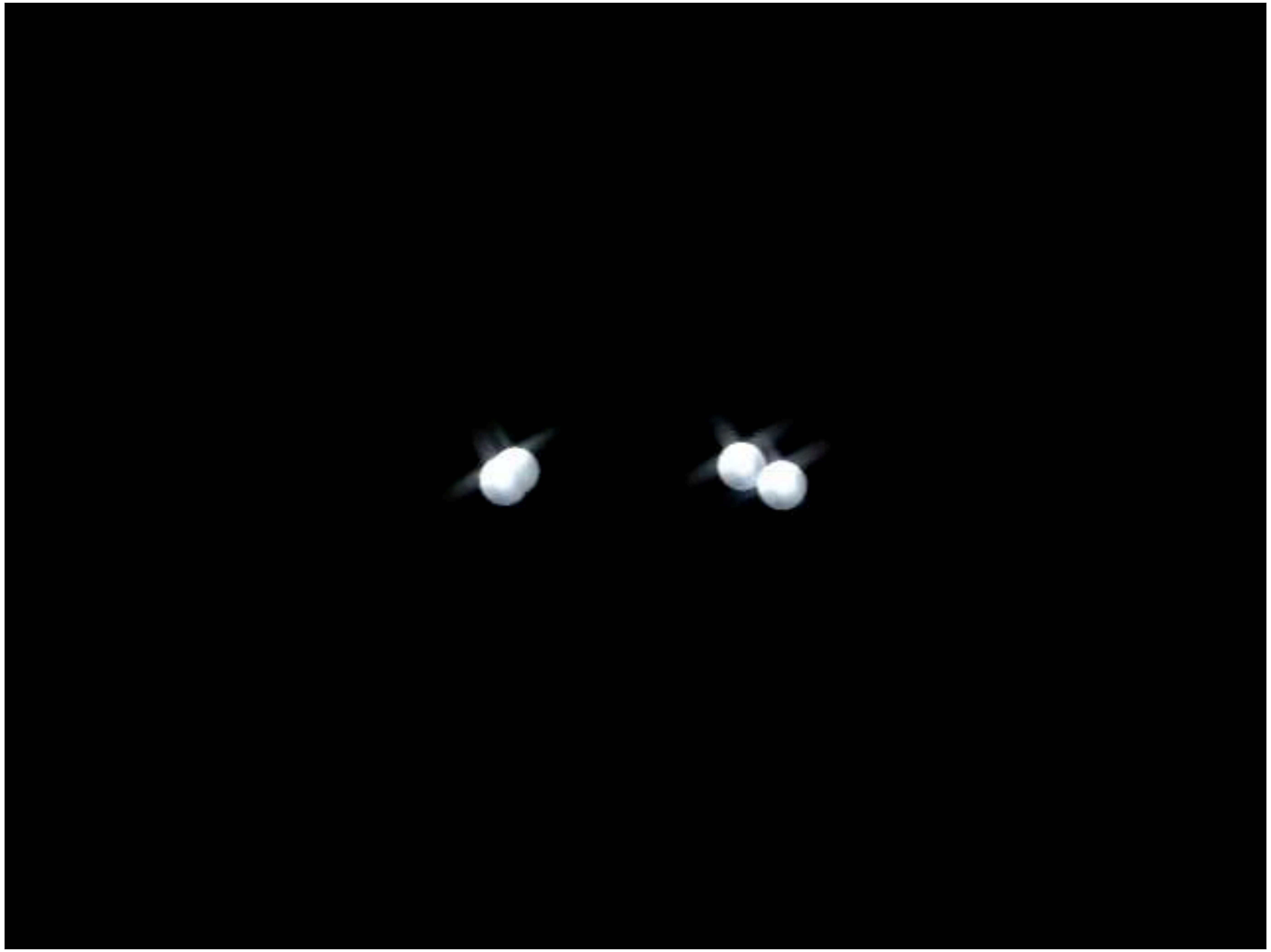
St ~ 0.1で中心星へ落下してしまう！

ダスト成長 vs 中心星落下: 解決方法

Suyama et al. (2008)

0.1 μmサイズのダスト粒子は
分子間力(ファンデルワールス力や
水素結合)で付着する
→ 衝突付着により、
　ダスト集合体を形成する

低速度・等質量衝突(Ballistic
Cluster-Cluster Aggregation: BCCA)
では**低密度ダスト集合体**が形成される



低密度ダスト集合体の成長 vs 中心星落下

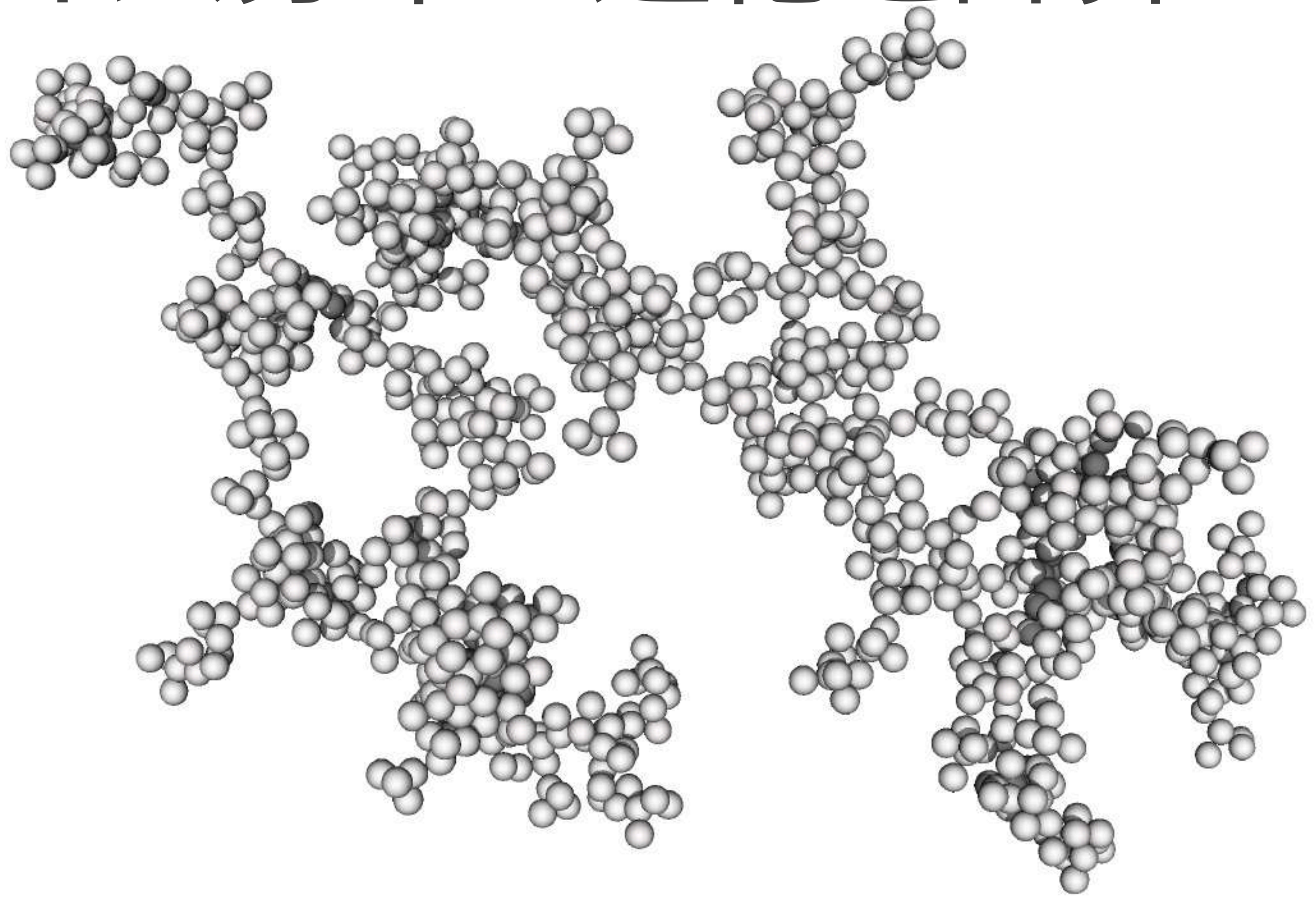
Okuzumi et al. (2012)

ダストの運動を全て考慮し、

完全合体(衝突破壊なし)を仮定したうえで、

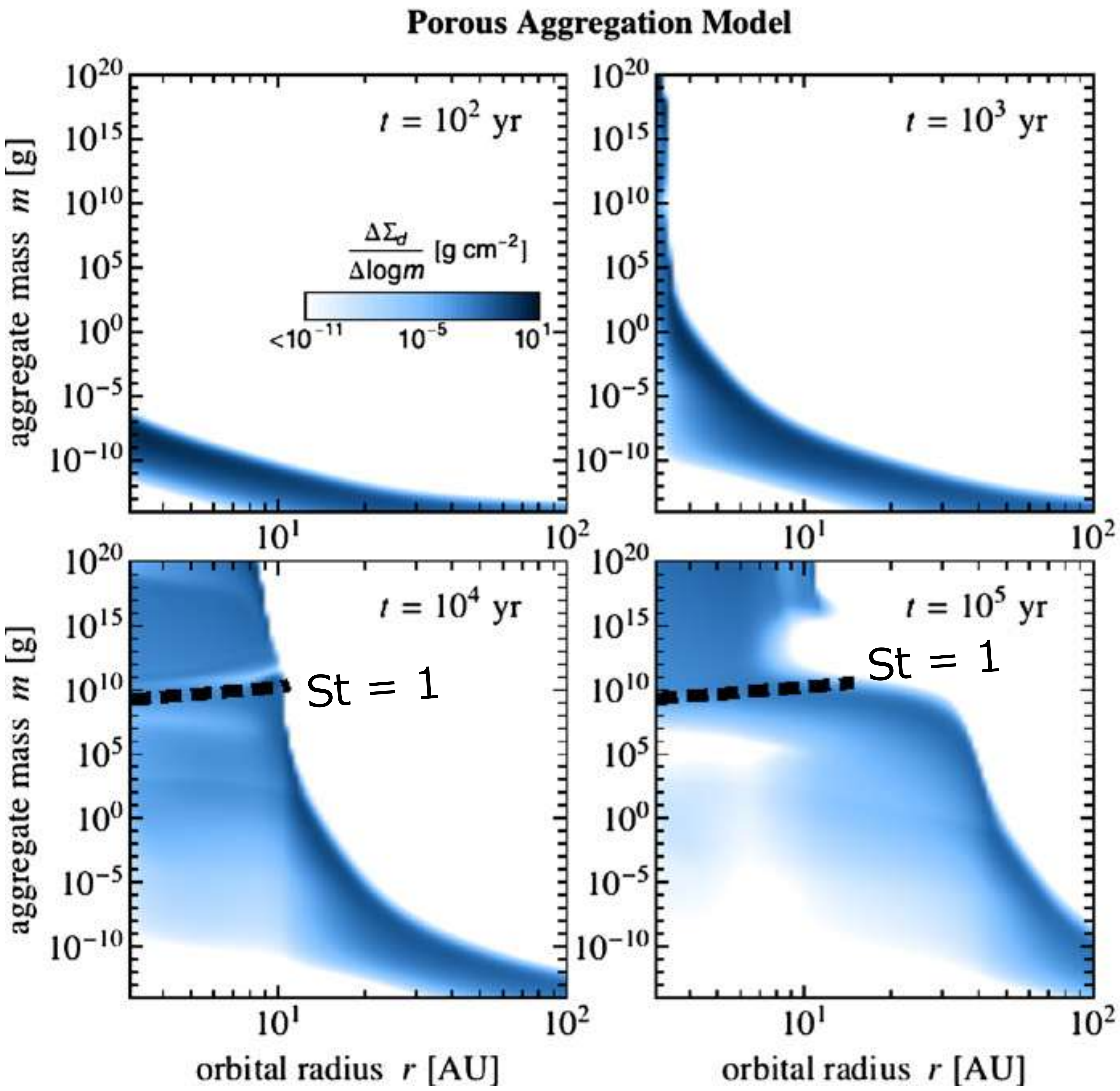
各軌道長半径での

ダストサイズ分布の進化を計算



ダスト集合体の密度進化も考慮した場合には、

St ~ 1を超えて成長できる！

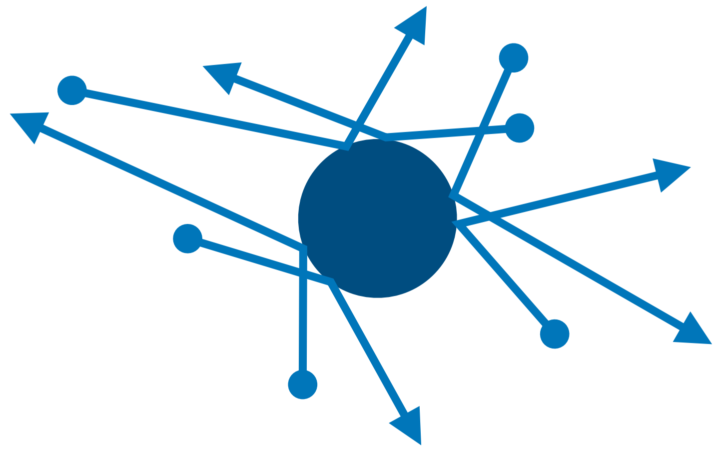


なぜ低密度ダスト集合体は St = 1 を超えられる？

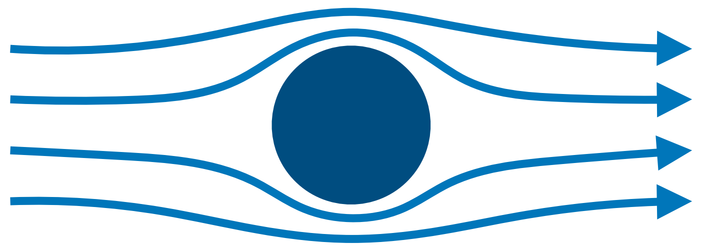
Okuzumi et al. (2012)

ガスの抵抗則に戻って考えてみる

- エプスタイン則: $t_{\rm stop} \approx \dfrac{\rho_{\rm int} a}{\rho_{\rm g} v_{\rm th}}$



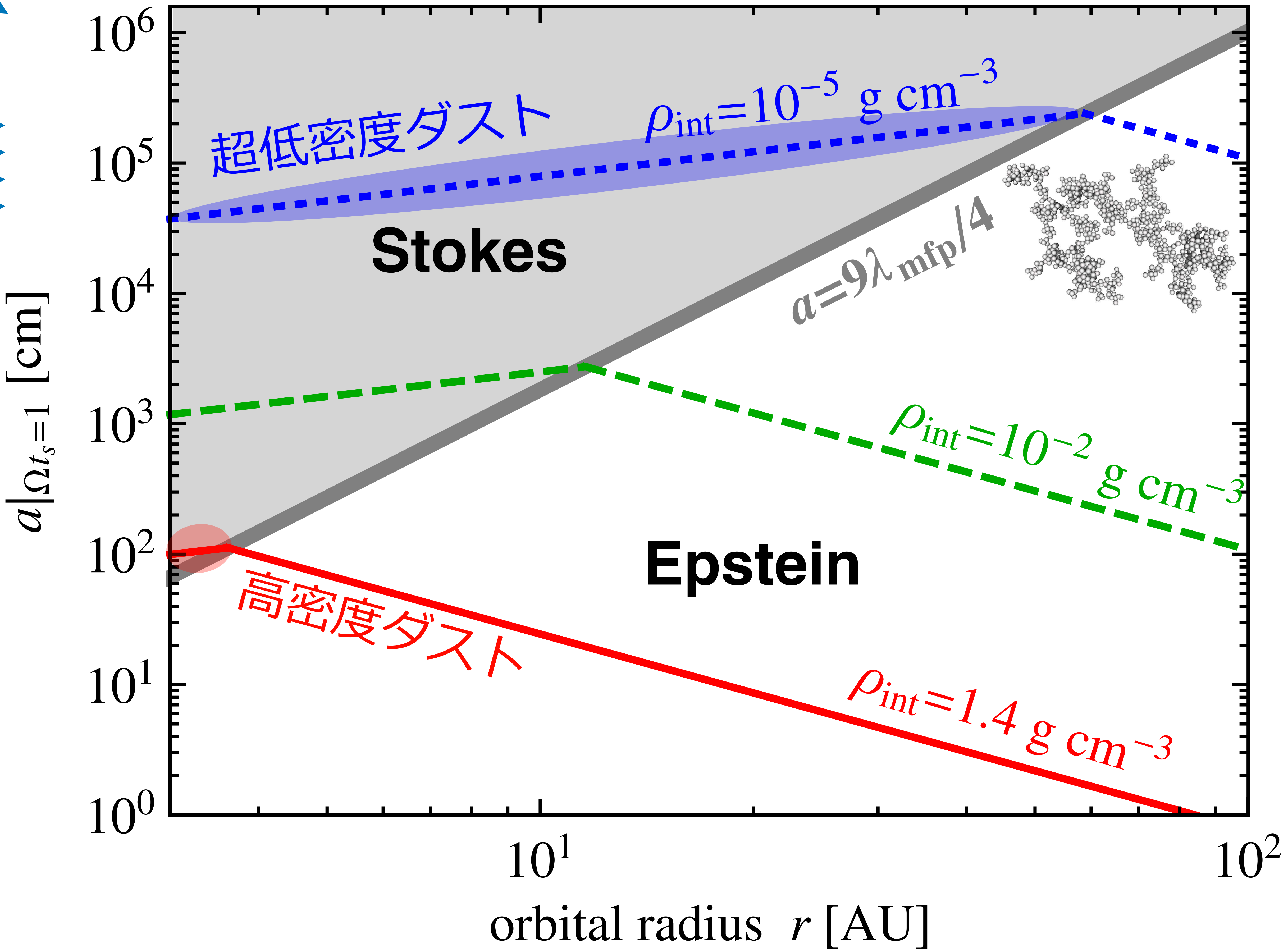
- ストークス則: $t_{\rm stop} \approx \dfrac{\rho_{\rm int} a}{\rho_{\rm g} v_{\rm th}} \dfrac{4a}{9\lambda}$



→ ストークス則に入ってしまえば、

$t_{\rm stop}$が急激に増えるようになる

St = 1 のダストのガス抵抗則



次回予告: 第4章 ダストのミクロ物理